El número de moléculas que chocan en $d\tau$ por unidad de tiempo es

$$n d\tau \; z = \frac{\overline{\upsilon}}{\lambda} n d\tau$$

las moléculas que chocan en $d\tau$ son emitidas isotrópicamente, de donde la fracción dirigiéndose hacia dS es

$$\frac{dw}{4\pi} = \frac{dS\cos\theta}{4\pi r^2}$$

las moléculas que llegan a dS son

$$\frac{\overline{\upsilon}}{\lambda} n d\tau \frac{dS\cos\theta}{4\pi r^2} e^{-\frac{r}{\lambda}} r^2 \cos\theta d\theta d\phi dr$$

$e^{-\frac{r}{\lambda}}$ como veremos abajo, es la probabilidad de que una molécula recorra la distancia r sin chocar. El número total que choca con dS por unidad de tiempo y unidad de superficie

$$N = \frac{\overline{\upsilon} n}{4\pi\lambda} \iiint d\tau \frac{|\cos\theta|}{r^2} e^{-\frac{r}{\lambda}}$$

$$= \frac{\overline{\upsilon} n}{4\pi\lambda} 2\pi \int_0^{\pi/2} sen\theta \cos\theta d\theta \int_0^{\infty} e^{-\frac{r}{\lambda}} dr$$

$$= \frac{\overline{\upsilon} n}{2\lambda} \frac{1}{2} \lambda$$

$$N = \frac{1}{4} n \overline{\upsilon}$$

un resultado ya demostrado anteriormente. Esta ecuación será fundamental en el tratamiento de fenómenos de transporte.

Distribución de Trayectorias Libres Medias

La pregunta que nos queremos contestar es la siguiente: De un número grande de λ's, ¿cuántas tienen una longitud comprendida entre x y $x + dx$?. De un grupo de N_0 moléculas que incide sobre un grupo dado, sea N el número de moléculas restantes que no han efectuado una colisión en una distancia x. x esta medida a lo largo de la trayectoria libre media de cada molécula. En la distancia siguiente, *dx*, un cierto número de moléculas chocaran y dejarán de pertenecer al grupo. Supongamos que este número es α, que claramente es proporcional a *N* y a *dx*. Entonces el cambio en *N* será:

$$dN = -P_c N dx \qquad (3)$$

P_c es una constante llamada probabilidad de colisión y no depende de N ni de x. $P_c = P_c(\rho, T)$

$$\frac{dN}{N} = -P_c dx$$

$$\ln\frac{N}{N_0} = -P_c x \qquad (4)$$

$$\therefore \qquad N = N_0 e^{-P_c x}$$

$$dN = -P_c N_0 e^{-Pc} dx \qquad (5)$$

dN es el número de moléculas con trayectorias libres medias comprendidas entre x y x+dx.

La trayectoria libre media es por definición:

$$\lambda = \frac{1}{N_o}\int x dN$$

$$= -P_c \int_0^\infty x e^{-P_c x} dx$$

$$= -P_c\left(-\int_0^\infty \frac{1}{P_c} e^{-P_c x} dx\right)$$

$$= -\frac{1}{P_c} e^{-P_c x} \Big|_0^\infty = \frac{1}{P_c} \therefore$$

$$P_c = \lambda^{-1} \qquad (6)$$

o sea que de acuerdo con (1), $P_c = \sigma\eta$

(4) y (5) se pueden escribir como:

$$N = N_o e^{-x/\lambda} \qquad (7)$$

y,

$$dN = -\frac{N_o}{\lambda} e^{-x/\lambda} dx \qquad (8)$$

a (7) se le llama ecuación de sobrevivencia, es el número de moléculas de un grupo de N_0 moléculas que no han chocado después de recorrer una distancia x. Por otra parte, (8) tiene la misma interpretación que (5).

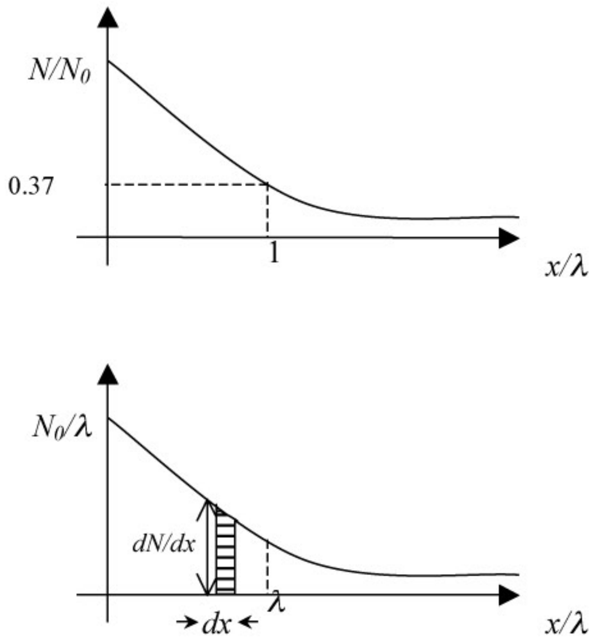

Figura 1.13. número de moléculas con trayectorias libres medias

Coeficiente de Viscosidad

Damos ahora una teoría molecular sobre el flujo de la cantidad de movimiento (ímpetu), por las moléculas del gas que cruzan una superficie imaginaria en el mismo. Este transporte da lugar a la viscosidad del gas. Por definición,

$$\frac{F}{A} = \eta \frac{du}{dy} = \tau_{xy} \qquad (9)$$

donde $\frac{du}{dy}$ es el gradiente de velocidades en la dirección $\boldsymbol{y}$, A es el área del fluido sobre la que actúa F. Sea A la denotada por SS