$$= \frac{2N}{\sqrt{\pi}}\left\{ -xe^{-x^2}\Big|_0^x + \int_0^x e^{-x^2}dx \right\}$$

$$= \frac{2N}{\sqrt{\pi}}\left\{ \frac{\sqrt{\pi}}{2} erf(x) - xe^{-x^2} \right\}$$

$$= N\left\{ erf(x) - \frac{2}{\sqrt{\pi}} xe^{-x^2} \right\} \qquad \text{q.e.d.}$$

La Función de Distribución de la Energía

La energía traslacional de una molécula con velocidad υ es:

$$w = \frac{1}{2}m\upsilon^2$$

y la asociada con υ_x es $\qquad w_x = \frac{1}{2}m\upsilon_x{}^2$

Es deseable obtener una expresión que nos de el número de moléculas con energías cinéticas traslacionales comprendidas en un intervalo dado, digamos entre w y $w + dw$. Entonces

$$dw = m\upsilon d\upsilon$$

$$\upsilon = \sqrt{\frac{2w}{m}}$$

$$\therefore \qquad d\upsilon = \frac{dw}{m}\sqrt{\frac{m}{2w}} = \frac{1}{\sqrt{2m}}\frac{dw}{\sqrt{w}}$$

$$dN_w = 4\pi N\left(\frac{m}{2\pi kT)}\right)^{3/2}\frac{2w}{m}e^{-\frac{1}{3}\frac{w}{kT}}\frac{1}{\sqrt{2mw}}dw$$

$$dN_w = 2N\pi(kT)^{-3/2}\sqrt{w}e^{-\frac{w}{kT}}dw \qquad (43)$$

que es la expresión buscada. Nótese que la energía para la cual dN_w es máxima, w_m ,está dada por:

$$d\left(\frac{dN_w}{dw}\right)=0$$

$$=\frac{1}{2}w^{-1/2}-\frac{w^{1/2}}{kT}$$

$$\therefore \qquad w_m=\frac{kT}{2}$$

$$w_m=\frac{1}{4}m\upsilon_m{}^2 \qquad (44)$$

esto es, la energía más probable no es igual a la energía cinética correspondiente a la velocidad más probable. ¿por qué?

Haces Moleculares

Un haz molecular es un haz colimado formado por partículas neutras y que por lo tanto no pueden colimarse mediante campos eléctricos o magnéticos. Las haces moleculares pueden producirse permitiendo escapar las moléculas por aberturas pequeñas en un recipiente a regiones con presión muy baja. Como el número de moléculas con velocidad υ que chocan en la superficie por unidad de área y un de unidad de tiempo es: $\frac{1}{4}dn_\upsilon\upsilon$

Si el escape de las moléculas no altera el equilibrio apreciablemente, el número de moléculas que se escapan por el agujero con velocidad υ por unidad de área y unidad de tiempo esta dado por:

$$\frac{1}{4}\upsilon 4\pi\ n\left(\frac{m}{2\pi rT}\right)^{3/2}e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}}\upsilon^2 d\upsilon$$

donde $n=\frac{N}{V}$ y la velocidad cuadrática media de las moléculas que se escapan será:

$$\overline{\upsilon}^2=\pi\ m\frac{1}{n_e}\left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2}\int_0^\infty \upsilon^5 e^{-\frac{m\upsilon^2}{2kT}}d\upsilon$$

$$\int_0^\infty \upsilon^5 e^{-\beta\upsilon^2}d\upsilon=\frac{1}{2\beta}\int_0^\infty \upsilon^4 e^{-\beta\upsilon^2}d(\beta\upsilon^2)$$