

CAPÍTULO 3

La electrodinámica clásica y cuántica

SECCIÓN 8. LAS ONDAS ELECTROMAGNÉTICAS DE MAXWELL

En esta sección narro la historia de las ecuaciones de Maxwell. Normalmente, en un libro de cosmología, no encontramos un capítulo sobre electromagnetismo. Esto es comprensible, porque ninguno de los protagonistas en esta historia hizo contribuciones directas de importancia a la cosmología, ni anticipó que la medición de la radiación electromagnética llegaría a ser el instrumento principal de la investigación astrofísica y cosmológica a partir del siglo xx. Este último hecho, sin embargo, hace necesario sintetizar esta fascinante historia.

La teoría del electromagnetismo fue el fruto de un trabajo en equipo. No destaca un solo protagonista, como antes en el caso de Newton y después en el caso de Einstein, sino que intervinieron científicos de Alemania, Austria, Dinamarca, Escocia, Estados Unidos de América, Francia, Holanda, Inglaterra, Italia y Suiza. Ciertamente, Maxwell coronó este trabajo de equipo con sus cuatro ecuaciones, razón por la cual esta sección lleva su nombre, pero el trabajo científico fue de muchos. A fines del siglo xviii y durante todo el siglo xix, el interés en los fenómenos de electricidad y magnetismo fue preponderante en la física teórica y experimental. Todo empezó en 1769 con un libro de Joseph Priestley (1733-1804), un químico inglés, sobre el fenómeno de la electricidad, en el cual sugirió que algún día se comprobaría que la electricidad es de suma importancia para entender los procesos de la química, lo que, efectivamente, se comprobó después en los siglos xix y xx.

Aunque Cavendish (1731-1810) hizo importantes hallazgos en electromagnetismo, no los publicó. Fue Maxwell quien lo hizo, un siglo después, siendo director del laboratorio Cavendish fundado por él. Por esta razón me brinco a Cavendish quien, lamentablemente, no participó en esta historia y la empezamos con Charles Agustín Coulomb (1736-1810), físico francés, que inventó en 1777 la balanza de torsión, que mide la cantidad de fuerza ejercida, viendo la cantidad de distorsión producida en una fibra delgada y tiesa. El principio que subyace a este instrumento de medición de fuerza es el mismo que usó Cavendish en su experimento sobre la gravedad (véase Sección 6). Midiendo la cantidad de distorsión producida en la fibra de su balanza de torsión, Coulomb medía la fuerza de atracción o repulsión entre dos pequeñas esferas con cargas eléctricas, variando las distancias entre las esferas. Así pudo comprobar que *la fuerza de atracción o repulsión eléctrica es proporcional al producto de las cargas de las esferas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia*. Hoy día se conoce como la ley de Coulomb y, a diferencia de Coulomb, que no conocía el concepto de 'campo', hoy se identifica en esta ecuación el *campo eléctrico E*.

CUADRO MATEMÁTICO 8.1 UNA COMPARACIÓN DE LA LEY DE COULOMB Y LA LEY DE GRAVITACIÓN UNIVERSAL DE NEWTON

La ley de Coulomb es

$$(1) \vec{F}_E = \frac{kq_1q_2}{R^2} \hat{R} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1q_2}{R^2} \hat{R} = q_1\vec{E}_{q_2}$$

en donde k es una constante compatible con el sistema de unidades elegido para la fuerza eléctrica \bar{F}_E . De la ecuación (1) de la fuerza se obtiene la ecuación del campo eléctrico:

$$(2) \bar{E}_{q_2} = \frac{\bar{F}_E}{q_1} = \frac{kq_2}{R^2} \hat{R} \text{ (unidades } NC^{-1} \equiv JC^{-1}m^{-1} \equiv Vm^{-1} \text{: volts por metro)}$$

Se trata de la fuerza \bar{F}_E que ejerce el campo eléctrico \bar{E}_{q_2} de una carga q_2 sobre otra carga q_1 . Es probable que el lector se haya percatado de la notable simetría entre esta ley de Coulomb para dos cargas y la de Newton, de la gravitación universal, para dos cuerpos que ya vimos:

$$(3) \text{ Ley de Newton: } \bar{F}_G = \frac{Gm_1m_2}{R^2} \hat{R} = m_1\bar{g}$$

$$(1) \text{ Ley de Coulomb: } \bar{F}_E = \frac{kq_1q_2}{R^2} \hat{R} = q_1\bar{E}_{q_2}$$

De las ecuaciones de la fuerza obtenemos las ecuaciones de los campos:

$$(4) \text{ campo gravitacional: } \bar{g} = \frac{Gm_2}{R^2} \hat{R}$$

$$(5) \text{ campo eléctrico: } \bar{E}_q = \frac{kq_2}{R^2} \hat{R}$$

Es probable que el lector se haya percatado de la notable simetría entre esta ley de Coulomb y la de Newton, de la gravitación universal, que ya vimos.¹⁷³ Si bien la estructura de las dos ecuaciones es simétrica, las dos fuerzas son muy desiguales, en primer lugar por razones relacionadas con la curvatura del espacio, como veremos en la Sección 12.3, y en segundo lugar, porque ¡la fuerza electromagnética es $2.26 * 10^{39}$ veces más fuerte que la fuerza gravitacional! Para comprobar esto, determinaremos la fuerza gravitacional y la fuerza eléctrica entre un protón (carga positiva) y un electrón (carga negativa), que se encuentran a una distancia de un metro (véase el siguiente cuadro matemático).

CUADRO MATEMÁTICO 8.2 COMPARACIÓN DE LA FUERZA ELÉCTRICA Y LA FUERZA GRAVITACIONAL

Los datos que necesitamos para este cálculo son los siguientes:

a) masa del electrón: $m_e = 9.11 * 10^{-28} g$

b) masa del protón: $m_p = 1840 * 9.11 * 10^{-28} g$

c) carga del electrón: $q_e = -1.6 * 10^{-19} C$

d) carga protón: $q_p = +1.6 * 10^{-19} C$

e) constante $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.9875518 * 10^9 Nm^2C^{-2}$

f) constante gravitacional, $G = 6.67259(10^{-11}) \frac{Nm^2}{kg^2} = 6.67259(10^{-17}) \frac{Nm^2}{g^2}$

¹⁷³ Véase el Cuadro Matemático 6.2

Supongamos que la distancia entre ambas partículas es 1 metro y pongamos estos datos en las ecuaciones (2) y (4). Así obtenemos que ¡la fuerza electromagnética es $2.262 * 10^{39}$ veces más fuerte que la fuerza gravitacional!

$$(6) F_E = \frac{9 * 10^9 * (1.6 * 10^{-19})^2}{(1)^2} = 23.04 * 10^{-29} N$$

$$(7) F_G = \frac{6.67 * 10^{-17} * (9.11 * 10^{-28})^2 * 1840}{(1)^2} = 10.18545 * 10^{-68} N$$

Honrando a Coulomb, se ha dado el nombre de *un coulomb* a la unidad de carga eléctrica, la cual se usa, entre otras cosas, para cuantificar la constante k de la ley de Coulomb.

CUADRO MATEMÁTICO 8.3 VALORES DE LA CONSTANTE DE COULOMB k Y DE LA CONSTANTE DE LA IMPERMEABILIDAD DEL ESPACIO ϵ_0

Un coulomb C, la unidad de carga eléctrica, tiene el siguiente valor numérico:

$$(8) \text{ un coulomb } C = 2.998 * 10^9 \text{ esu} = 2.998 * 10^9 \text{ statcoulomb}$$

$$(9) \text{ unidad electrostática esu} = 0.3335557 * 10^{-9} C = 1 \text{ g}^{1/2} \text{ cm}^{3/2} \text{ s}^{-1}$$

Esta unidad se usa, entre otras cosas, para cuantificar la constante k de la ley de Coulomb y la constante de la impermeabilidad del espacio ϵ_0

$$(10) \text{ constante de Coulomb } k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.9875518 * 10^9 \text{ Nm}^2 \text{ C}^{-2}$$

$$(11) \text{ constante de la impermeabilidad del espacio: } \epsilon_0 = 8.85 * 10^{-12} \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2$$

Los siguientes ladrillos en el edificio de la teoría del electromagnetismo fueron aportados por Luigi Galvani (1737-1798), un anatomista y Alessandro Volta (1745-1827), un físico, ambos italianos. Los dos eran amigos y estaban en contacto epistolar. Volta inventó un aparato que hasta el día de hoy es la base del condensador eléctrico, o acumulador. Junió a corta distancia dos placas de metal, de las cuales una es cubierta con ebonita. Al frotar el ebonita (=caucho), la primera placa se carga negativamente. En la segunda placa, el lado que está junto a la placa con ebonita adquiere una carga positiva y el lado opuesto de la misma placa, una carga negativa, la cual se descarga conectándose a una Tierra física. Al repetir el proceso muchas veces, una fuerte carga positiva se acumula en la segunda placa. Hoy día sabemos que la segunda placa es 'drenada' de electrones.

Galvani había hecho experimentos con tejidos musculares de ranas comprobando que se contraían cuando estaban en contacto con dos placas de diferentes metales. Siendo anatomista, Galvani optó por la hipótesis de que la corriente eléctrica que accionaba el músculo, provenía del tejido orgánico del músculo. En 1794, Volta repetía el experimento con las dos placas, pero sin el tejido muscular, y comprobó que la corriente eléctrica fluye de una placa a otra placa, y nada tiene que ver el músculo de la rana. Se suscitó en Europa una controversia, en donde Humboldt y otros apoyaban el punto de vista de Galvani, y Coulomb y otros el de Volta.

Lo que inclinó la balanza definitivamente en favor de la hipótesis de Volta fue su invención de la batería. En 1800, conectó dos jarras de agua con una solución de sal, con un arco de dos metales, bajando el lado de cobre en una jarra y el lado de zinc o estaño en la otra. Volta mejoró el aparato al usar discos de cobre y de zinc separados por cartón mojado con una solución de sal: abajo había un disco de cobre, luego, subiendo, un disco de zinc, luego el cartón, luego cobre y zinc, luego cartón, etcétera. Con un alambre conectaba el piso y el techo del aparato en un circuito cerrado y así se producía una corriente eléctrica ininterrumpida y continua. *Volta había construido la primera batería de la historia.* En honor a Volta, se define *un volt* como el trabajo (en joules) que se necesita efectuar para mover una carga (en coulombs) de A a B (un volt $V = JC^{-1}$, un Joule por Coulomb).

Hemos de centrar nuestra atención un momento en los avances en el magnetismo. Jean Baptiste Biot (1774-1862), físico francés y Joseph Louis Gay-Lussac (1778-1850), químico francés, subieron en 1804 varias veces en un globo para medir, entre otras cosas, el magnetismo terrestre. Constataron que el magnetismo es igualmente fuerte en la superficie de la Tierra, a un kilómetro de altura, a dos kilómetros y a tres kilómetros. Todavía en aquel entonces no se conocía el concepto de ‘campo’, pero en los hechos constataron la existencia de líneas de fuerza magnética y, por lo tanto, de un *campo magnético* de la Tierra.

CUADRO MATEMÁTICO 8.4 LA LEY DE LA FUERZA MAGNÉTICA DE BIOT-SAVART

Aunque Biot era bastante adiestrado en matemáticas, necesitó la ayuda de Félix Savart (1791-1841), físico y médico francés, para dar forma matemática a este ‘campo magnético’. La ley de la fuerza magnética de Biot-Savart es análoga a la ley de la fuerza eléctrica de Coulomb:

$$(12) \vec{F}_B = q\vec{v} \times \vec{B} \text{ (unidad: Tesla = } T \text{)}$$

De esta ecuación obtenemos *la ley de Biot-Savart*, la cual establece la relación causal entre un campo magnético alrededor de un conductor, producido por una corriente eléctrica:

$$(13) \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} qv \times \frac{\hat{R}}{R^2}$$

Dado que por definición, la corriente es:

$$(14) \vec{J}_q = q\vec{v},$$

la (13) se escribe también como sigue:

$$(15) \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\vec{J}_q \times \hat{R}}{R^2}$$

Aquí se trata del campo magnético generado por una sola partícula con carga q y velocidad \vec{v} . La carga se expresa en coulombs C . La unidad del campo magnético \vec{B} es la tesla T , en honor a Nikola Tesla (1856-1943), ingeniero eléctrico norteamericano:

$$(16) \text{ un tesla } T \equiv NA^{-1}m^{-1} \equiv NC^{-1}m^{-1}s \equiv \frac{\text{unidad de campo eléctrico}}{\text{velocidad}}$$

Por lo tanto, la unidad del campo eléctrico, es la unidad del campo magnético multiplicado por la velocidad, como se infiere de la transformación relativista a bajas velocidades:

$$(17) \quad \bar{E} \approx \bar{v} \times \bar{B}$$

La ley de Biot-Savart sugiere una relación entre electricidad y magnetismo. A principios del siglo XIX, la hipótesis de que existe esta relación no era universalmente aceptada. Inclusive Coulomb había sostenido hasta su muerte en 1810, que electricidad y magnetismo no interactuaban. Fue Hans Oersted (1777-1851), físico danés, quien refutó definitivamente la hipótesis de Coulomb, corroborando la hipótesis contraria, en un famoso experimento. En 1819, acercó una brújula (la cual, como el lector sabe, refleja el campo magnético de la Tierra) a una corriente eléctrica que pasaba por un alambre. Observó que la aguja de la brújula tomó una dirección perpendicular sobre la dirección de la corriente. Si Oersted invertía la dirección de la corriente, la aguja daba una vuelta de 180° y apuntaba en la dirección contraria, pero siempre en un plano perpendicular sobre la dirección de la corriente. La publicación de sus hallazgos, en 1820, en latín, dio un impulso fuerte al estudio del electromagnetismo, en el siglo XIX, en Europa.

El primero en dar seguimiento al hallazgo de Oersted, fue André Marie Ampère (1775-1836), físico-matemático francés. Observó que, si el pulgar apunta en la dirección de la corriente cuando agarramos con la mano el alambre por donde fluye la corriente, la aguja de la brújula apunta en la dirección de los dedos curvados, si colocamos la brújula en cualquier punto a cualquier distancia del alambre. Tanto Ampère como Dominique François Arago (1786-1853), físico francés, comprobaron que una corriente eléctrica produce un campo magnético, o con otras palabras, un alambre circular por donde pasa una corriente es un magneto.

Este principio fue aplicado, en 1823, por William Sturgeon (1783-1850), físico inglés, en la construcción del primer 'electro-magneto', que consistía de un alambre de cobre amarrado alrededor de una barra de hierro en forma de U y por la cual pasaba una corriente eléctrica. Este electro magneto fue mejorado, en 1829, por Joseph Henry (1797-1878), físico norteamericano, al cubrir el alambre con material aislante, lo que permitía multiplicar el número de vueltas del alambre alrededor de la barra. El electro-magneto de Henry fue capaz de levantar una tonelada de hierro.

Ampère observó también los siguientes hechos. Si dos corrientes pasan por dos alambres paralelos en la misma dirección, éstos se atraen. Si las corrientes van en dirección contraria, los alambres se repelen. Si colgamos uno de los dos alambres de un eje, perpendicular a los dos alambres, alrededor del cual puede rotar libremente, y las corrientes que pasan por los dos alambres van en dirección contraria, el alambre colgado rota 180° , hasta que las corrientes fluyan en la misma dirección. Esta rotación del campo magnético, perpendicular sobre la corriente, llevó a Ampère a una ecuación que identifica la causa del campo magnético con la corriente eléctrica, lo que es correcto para el caso independiente del tiempo, pero no es correcto para el caso general dependiente del tiempo (ley de Ampère para casos independientes del tiempo: $\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}$). Lo que hoy conocemos como la ley de Ampère es realmente de Maxwell quien corrigió sustancialmente la ley errónea de Ampère (véase más adelante).

Otro punto en donde Ampère no acertó, siguiendo el error de Benjamin Franklin (1706-1790), científico y político estadounidense, es en la afirmación de que la corriente eléctrica fluye de la carga positiva a la carga negativa. Hoy sabemos que esta corriente consiste de electrones con carga negativa, que fluyen del polo negativo al polo positivo. En honor a Ampère se expresa la corriente, a saber, la cantidad de carga eléctrica que atraviesa la sección transversal de un conductor por unidad de tiempo como *un ampère*.¹⁷⁴

Ampère fue el primero en diferenciar la cantidad de corriente (el efecto, en *ampères*) y la fuerza electromotriz (la causa, en *volts*) que mueve la corriente. Los *volts* y los *ampères* tienen, obviamente, una relación directa: *un volt* es la diferencial de potencial entre dos puntos A y B de un alambre por el cual se mueve una corriente de un *ampère*.¹⁷⁵ En el electromagnetismo se maneja el *watt* que es la potencia (por ejemplo de un foco de luz o una máquina eléctrica) definida como el producto de la corriente (en *ampères*) y el voltaje (en *volts*).¹⁷⁶

James Watt (1736-1819), un ingeniero escocés, inventó la máquina de vapor, al inicio de la Revolución Industrial y definió *la potencia* de un caballo fuerte para levantar un peso de 150 libras a una altura de cuatro pies en un segundo, como un caballo (=horsepower). En honor a Watt, en el sistema métrico se usa también el *watt*, de manera que *un caballo = 746 watts*.

Al igual que Ampère, Michael Faraday (1791-1867), quedó impactado por el experimento de Oersted, de 1819, sobre el electromagnetismo. Originario de una familia pobre y profundamente religioso, Faraday fue autodidacto, mientras era asistente al servicio de Humphrey Davy (1778-1829), químico inglés. Faraday soportó con espíritu evangélico las humillaciones de la esposa de Davy y luego de Davy mismo —quien primero lo admiraba, pero luego, cuando los avances de Faraday en materia de electro-química lo rebasaron, lo envidiaba—. Gracias a esta paciencia, Faraday pudo aprovechar su empleo, para absorber los conocimientos de química y física de su tiempo, pero nunca aprendió matemáticas. Aún así, hizo aportaciones importantes a la electro-química y al electromagnetismo, logrando acuñar nuevos conceptos, válidos hasta hoy, al interpretar sus experimentos y observaciones. Fue Maxwell quien dio forma matemática a los hallazgos de Faraday (véase más adelante).

Faraday comprobó la simetría entre la fuerza eléctrica y magnética y entre la fuerza electromagnética y la mecánica en tres famosos experimentos. En un primer experimento transformó la fuerza electromagnética en movimiento mecánico continuo. Dos contenedores con mercurio (un metal líquido) estaban conectados con una batería mediante dos barras que entraban a los contenedores desde abajo. Arriba había un puente curvado de hierro que en sus extremidades tocaba el mercurio de ambos contenedores. De esta manera, Faraday logró un circuito cerrado. Un pequeño magneto, atado a la barra de abajo del contenedor del lado izquierdo podía girar libremente alrededor de la extremidad del puente de arriba, y en el otro contenedor, un alambre que colgaba de la

¹⁷⁴ La corriente I se expresa en ampères: $A = Cs^{-1}$, coulombs por segundo.

¹⁷⁵ El voltaje V se expresa en volts: $V = \frac{Js^{-1}}{Cs^{-1}} = JC^{-1}$, joules por coulomb.

¹⁷⁶ La potencia P se expresa en Watts; $P = IV$, unidad $W = AV = Cs^{-1}JC^{-1} = Js^{-1}$, joules por segundo.

extremidad del puente, podía girar libremente alrededor de un magneto atado fijamente a la barra de abajo. Al pasar corriente por este circuito, el alambre móvil empezaba a girar alrededor del magneto fijo y el pequeño magneto giraba alrededor de la barra fija. *Faraday había construido el primer motor eléctrico*, aunque fuera nada más un juguete.

En un segundo experimento, Faraday amarraba un rollo de alambre con cubierta aislante alrededor de la mitad de un anillo de hierro, conectando este alambre con una batería, formando *un circuito que podría abrirse o desconectarse por medio de una llave*. En los momentos de abrir o romper el circuito cerrado, se producía un campo magnético, así como Ampère había demostrado, el cual se concentraba alrededor del anillo de hierro, como Sturgeon había demostrado. Faraday amplificó el experimento, enrollando en el lado contrario del anillo otro alambre con capa aislante —procurando así que los dos alambres no estuvieran conectados—, y este segundo alambre quedaba conectado con un galvanómetro (un aparato inventado por Galvani que mide las corrientes eléctricas). Faraday observó que se producía en el segundo alambre momentáneamente una corriente eléctrica, precisamente en los momentos en que se abría o desconectaba el primer circuito, creando o desapareciendo primero una corriente y luego, en consecuencia, un campo magnético. El se dio cuenta que la creación o desaparición del campo magnético por la generación del primer circuito producía una corriente eléctrica *momentánea* en el otro circuito. La aguja del galvanómetro del segundo circuito daba un brinco, para luego regresar al punto cero, cuando se producía el campo magnético, y daba otro brinco, cuando se apagaba. *De esta manera, Faraday había construido el primer transformador*, que es un aparato que transfiere una corriente alterna en un primer circuito (llamado *primary winding*) hacia otro(s) circuito(s) (*secondary winding*).

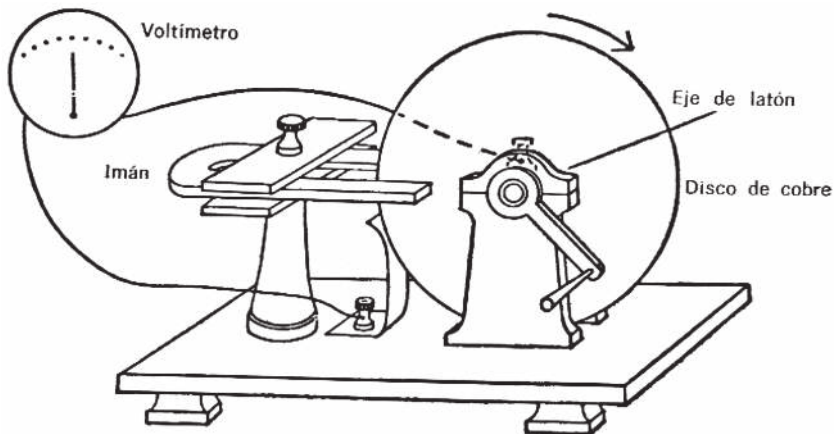
Desde el punto de vista tecnológico, el experimento fue un fracaso, porque no se generaba una corriente continua, sino solamente momentánea en el *secondary winding*. Por esta razón, Ampère había desechado el asunto como inútil, sin profundizar, y seguía sosteniendo la hipótesis particular (válida solamente para el caso independiente del tiempo) de que ‘el campo magnético produce la corriente eléctrica’. Faraday, en cambio, reflexionó sobre lo que pasaba en el primitivo transformador por él construido, y conceptualizó adecuadamente los acontecimientos, para el caso general, dependiente del tiempo. Visualizaba la fuerza magnética como un campo, con su origen en el primer circuito con la corriente eléctrica, y *que este campo consistía de líneas de igual fuerza magnética*, análogo a una telaraña. A estas líneas, Faraday las llamó ‘*líneas de fuerza*’. Cuando la corriente se prendía en el primer circuito, se generaban estas líneas de fuerza magnética, que para Faraday eran fenómenos físicos *reales*, produciendo el brinco de la aguja del galvanómetro. Cuando la corriente se apagaba estas líneas de fuerza se desvanecían. Así, Faraday cayó en la cuenta de que la corriente en el segundo circuito solamente se producía en el momento preciso en que estas líneas se creaban o colapsaban. Por lo tanto, no era el campo magnético que producía la corriente eléctrica en el segundo circuito, como creía Ampère, sino que eran *las variaciones* del campo magnético que producían la corriente eléctrica. *Al acuñar el concepto de ‘líneas de fuerza’, Faraday había introducido el concepto de ‘campo’, que nos aleja radicalmente del modelo mecanicista del Universo de Galileo y Newton.*

En las reflexiones de Faraday sobre el segundo experimento, podemos constatar dos cosas: en primer lugar, que las matemáticas solas no bastan para la física teórica, la cual requiere, además, de conceptos universales bien pensados; y en segundo lugar, que la interpretación correcta de los resul-

tados de experimentos físicos, permite refutar o corroborar una teoría, de modo que es inadecuada la separación entre física teórica y física experimental.

Su tercer experimento en electromagnetismo tomó en cuenta esta visión, ahora ya con fines tanto teóricos como prácticos, al transformar la fuerza mecánica en fuerza electromagnética. Un disco de cobre, accionado mecánicamente, giraba entre las dos extremidades de una magneto poderoso. De esta manera se producía en el disco una corriente eléctrica *continua*, precisamente porque el disco cortaba *continuamente* las líneas de fuerza magnética. Del 'punto de vista del disco' la fuerza magnética cambiaba continuamente, porque continuamente corta el campo magnético. La corriente así generada en el disco, se canalizaba hacia un alambre que se conectaba al disco mediante un pequeño labio de metal que rozaba con el disco. Esta corriente se medía mediante un voltímetro. *Faraday había construido el primer generador eléctrico o dínamo y este invento está en el origen de la electrificación del mundo moderno.*

EL DÍNAMO DE FARADAY.¹⁷⁷



El disco giratorio de cobre corta las líneas de fuerza del imán induciendo una corriente en el voltímetro

Otros, después de Faraday, dieron forma matemática a su teoría correcta de que el campo y la corriente eléctrica se generan por cambios en el campo magnético. Se conoce esta ecuación como la ley de inducción de Faraday. Se ve en la ecuación, que el cambio en el campo magnético representado por $\frac{\partial B}{\partial t}$ genera el campo eléctrico ($\nabla \times E$), lo que da origen a la corriente eléctrica. Esta es la interpretación convencional la cual ha sido cuestionada por Jefimenko¹⁷⁸ y más recientemente por Heras,¹⁷⁹ que señalan que no es tanto el cambio en el campo como tal, sino más bien **los cambios en la**

¹⁷⁷ Dibujo de la dínamo de Faraday, Isaac Asimov, *Nueva guía de la ciencia* (1985): 392

¹⁷⁸ Oleg Jefimenko, "Presenting electromagnetic theory in accordance with the principle of causality", en: *European Journal of Physics*, vol. 25 (2004):287-296

¹⁷⁹ José Heras, "The exact relationship between the displacement current and the conduction current", en: *American Journal of Physics* 76 (2008): 592-595

densidad de carga y la corriente que generan el campo magnético y el eléctrico. Faraday reconoció que lo mismo pasa en la dirección opuesta, a saber, que el cambio en el campo eléctrico ($\partial E / \partial t$) genera el campo magnético ($\nabla \times B$). Se da a esta ley el nombre de Ampère, cuando en realidad sería más correcto darle el nombre de Faraday. Sin embargo, no fueron ni Ampère, ni Faraday, sino Maxwell quien encontró la forma de expresar estos conceptos en ecuaciones físico-matemáticas correctas.¹⁸⁰ En honor a Faraday, se usa el farad como unidad de carga.¹⁸¹

La historia de las ecuaciones de Maxwell nos lleva ahora a Göttingen en Alemania, donde era profesor de matemáticas un genio matemático excepcional, a saber Karl Friedrich Gauss (1777-1855), reconocido como tal aún por Laplace, quien no solía ser demasiado generoso con la competencia. En honor a Gauss, quien calculó la ubicación exacta de los polos magnéticos de la Tierra y fundó el primer laboratorio específicamente para magnetismo de la Tierra, se acuñó una nueva unidad de flujo del campo magnético, el *gauss*, que podemos expresar en teslas.¹⁸²

En los años 1864-1873, James Clerk Maxwell (1831-1879), físico-matemático escocés, y profesor de física experimental de Cambridge a partir de 1871, logró plasmar en ecuaciones matemáticas los conceptos de Faraday y perfeccionar las ecuaciones de Gauss, dando luz a *cuatro ecuaciones que sintetizan toda la teoría física del electromagnetismo*. Maxwell tenía en común con Faraday, la comprensión de la interacción de electricidad y magnetismo. Además, ambos hombres eran profundamente religiosos y ambos eran felizmente casados, sin hijos. Maxwell sabía de matemáticas, Faraday no.

CUADRO MATEMÁTICO 8.5 LAS ECUACIONES DE MAXWELL

Gauss fue pionero en dar forma matemática a las fuerzas de la gravedad, de la electricidad y del magnetismo, introduciendo para tal fin la constante de la permisividad del vacío $\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2)$ que explica la constante de Coulomb k_C , que vimos arriba. Maxwell plasmó en ecuaciones matemáticas los conceptos de Faraday y mejoró las ecuaciones de Gauss, dando luz a cuatro ecuaciones que sintetizan toda la teoría física del electromagnetismo. No hay manera de escribir estas ecuaciones en la forma de álgebra simple, porque se expresan *en ecuaciones integrales, ó vectoriales ó tensoriales*. Refiero al lector interesado en la deducción e implicaciones de estas ecuaciones al Apéndice IV. Si aceptamos la convención tradicional de escribir los campos a determinar (el efecto) en el lado izquierdo de las ecuaciones y las fuentes especificadas (la causa) en el lado derecho, entonces la manera apropiada de escribir *las cuatro ecuaciones de Maxwell de la electrodinámica en el espacio tridimensional* con el Sistema Internacional de Unidades es la siguiente:

$$(I_{ED}) \quad \nabla \cdot \bar{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (\text{Ley de Gauss en electricidad})$$

$$(II_{ED}) \quad \nabla \times \bar{E} + \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = 0 \quad (\text{Ley de inducción de Faraday})$$

¹⁸⁰ Véanse el Cuadro Matemático 8.5 y el Apéndice IV

¹⁸¹ Un farad es $F = 96,500C$

¹⁸² Un gauss son $10^{-4}T$

$$(III_{ED}) \nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad (\text{Ley de Gauss en magnetismo})$$

$$(IV_{ED}) \nabla \times \bar{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = \mu_0 \bar{J} \quad (\text{Ley de Ampère-Maxwell})$$

donde $\mu_0 \epsilon_0 = 1/c^2$; \bar{E} es el campo eléctrico; \bar{B} el campo magnético; ρ es la densidad de carga (función escalar); y \bar{J} la densidad de corriente (función vectorial). Las ecuaciones II y III son homogéneas (porque tienen fuente = cero), y la I y IV son no-homogéneas (porque tienen fuente no-cero). El sistema I_{ED}-IV_{ED} es un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales y acopladas en los campos eléctrico y magnético. En el caso importante de la *electrostática* y *magnetostática*, los campos y fuentes son independientes del tiempo ($\frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = 0$ y $\frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = 0$), y dependen solo de las coordenadas espaciales. Por lo tanto, el sistema I_{ED}-IV_{ED} se transforma en el sistema I_{ES}-IV_{ES}, de la siguiente manera:

$$(I_{ES}) \nabla \cdot \bar{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0}; \quad (II_{ES}) \nabla \times \bar{E} = 0; \quad (III_{ES}) \nabla \cdot \bar{B} = 0; \quad (IV_{ES}) \nabla \times \bar{B} = \mu_0 \bar{J}$$

En el caso de una *onda electromagnética muy alejada de su fuente*, —sin fuente para fines prácticos—, la carga y la corriente son ceros, de modo que las ecuaciones son todas homogéneas:

$$(I_{SF}) \nabla \cdot \bar{E} = 0$$

$$(II_{SF}) \nabla \times \bar{E} + \frac{\partial \bar{B}}{\partial t} = 0$$

$$(III_{SF}) \nabla \cdot \bar{B} = 0$$

$$(IV_{SF}) \nabla \times \bar{B} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} = 0$$

Comento brevemente las cuatro leyes de Maxwell. Las cuatro ecuaciones,¹⁸³ conectan la densidad de carga ρ y la densidad de corriente J (que vemos en el lado derecho de las ecuaciones), con las variaciones espacio-temporales de los campos eléctrico E y magnético B (que vemos en el lado izquierdo), de tal manera que al resolver (=integrar) estas ecuaciones, el valor de los campos aparece como un efecto causado por los valores de las fuentes en tiempos anteriores. En la mayoría de los libros de texto ponen los términos de inducción $\partial B / \partial t$ y $\partial E / \partial t$ en el lado derecho de las ecuaciones, e interpretan que estos términos son causas de los respectivos campos, lo que es una interpretación errónea del punto de vista del principio de la causalidad, ya que del punto de vista físico las únicas causas son las fuentes ρ y J .¹⁸⁴

¹⁸³ Los matemáticos definen estas ecuaciones como un sistema de ‘ecuaciones diferenciales parciales acopladas’.

¹⁸⁴ Así, por ejemplo, opinan Oleg Jefimenko, “Presenting electromagnetic theory in accordance with the principle of causality”, *European Journal of Physics* 25 (2004): 287-296; y José Heras, “The exact relationship between the displacement current and the conduction current”, *American Journal of Physics* 76 (2008): 592-595; y su discusión sobre el problema de la causalidad en electromagnetismo en: “How to obtain the covariant form of Maxwell’s equations from the continuity equation”, en: *European Journal of Physics* (30): 851-853

Corroborando lo dicho por Faraday y refutando lo dicho por Coulomb, la teoría de Maxwell demostraba que *electricidad y magnetismo no pueden existir separadamente*. Maxwell demostró, además, que *la oscilación de una carga eléctrica producía un campo magnético que radiaba hacia fuera, desde su fuente*. Maxwell identificó la luz como una onda electromagnética, de modo que estas ecuaciones son la base del modelo ondulatorio de la luz y, además, a conjeturar que existe *todo un espectro de ondas electromagnéticas, de diferentes longitudes y frecuencias*, y que la luz visible es solamente un pequeño segmento de este continuo.

Sir William Herschel (1738-1822), astrónomo alemán-inglés había descubierto la luz infrarroja y Johann Wilhelm Ritter (1776-1810), físico alemán, había descubierto la radiación ultravioleta. Macedonio Melloni (1798-1854), físico italiano y George Gabriel Stokes (1819-1903), físico-matemático inglés, demostraron que la radiación infrarroja y la radiación ultravioleta tenían exactamente las mismas propiedades que la luz visible. Wilhelm Konrad Röntgen (1845-1923), físico alemán y Premio Nóbel de 1901, descubrió los rayos röntgen, con frecuencias más altas que la radiación ultravioleta.

Heinrich Rudolf Hertz (1857-1894), físico alemán, descubrió que *la oscilación de cargas eléctricas produce luz y la luz es una radiación electromagnética*. En 1833, Hertz hizo oscilar cargas eléctricas y producía de esta manera ondas electromagnéticas muy largas, las que hoy identificamos como ondas de radio. Hertz conjeturaba que cada oscilación emitía una onda y mientras menor era la frecuencia de estas oscilaciones, mayor la longitud de onda y vice-versa, mientras mayor la frecuencia, menor la longitud de onda. Así descubrió Hertz *la relación inversa entre frecuencia y longitud de onda*. Este experimento de Hertz no llevó inmediatamente al invento del radio, sino hasta que Guglielmo Marconi (1874-1937), físico italiano y —con Karl Ferdinand Braun (1850-1918), físico alemán— Premio Nóbel de 1909, leyó un artículo de Hertz sobre ondas electromagnéticas y creó sucesivas versiones del primer radio, el cual patentó en 1900. Oliver Joseph Lodge (1851-1940), físico inglés, llevó a cabo experimentos similares a los de Hertz y Marconi, pero con ondas de radio cortas y por sus méritos, recibió el título de “Sir”.

Fue Hendrik Antoon Lorentz (1853-1929), físico holandés, quien descubrió que *la oscilación de cargas eléctricas (el cambio de órbita de los electrones) dentro del átomo producía el tipo de radiación electromagnética que conocemos como luz visible*. En efecto, Joseph John Thomson (1856-1940), físico inglés y Premio Nóbel de 1906, descubrió que estas cargas eléctricas dentro del átomo son los electrones, descubrimiento por el cual recibió el Premio Nobel de Física en 1906. Pieter Zeeman (1865-1943), físico holandés, corroboró la sugerencia de Lorentz de que un campo magnético intenso separaría las líneas espectrales de la luz, emitidas por un átomo, en varios componentes. Lo que Newton había logrado con un prisma, Zeeman llevó a cabo con un campo magnético. En 1902, Lorentz y Zeeman recibieron el Premio Nóbel de Física por sus descubrimientos.

Sin embargo, *Maxwell se equivocó rotundamente en una cosa, al postular la hipótesis de que la radiación electromagnética se propaga por una sustancia muy leve, el éter*, objeto que sacó del archivo antiguo de Aristóteles. Esta parte de la historia es narrada más adelante, donde se analiza la teoría de la relatividad especial de Einstein.¹⁸⁵

¹⁸⁵ Al inicio de la sección 12.2

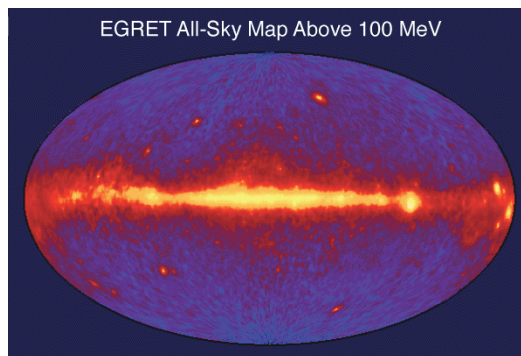
SECCIÓN 9. CUANTOS DE LUZ Y SU ABSORCIÓN Y EMISIÓN POR LOS ÁTOMOS

El electromagnetismo no es ajeno a la cosmología. *Los descubrimientos científicos en el campo del electromagnetismo, narrados en la sección anterior, revolucionaron la cosmología.* Para entender cómo, hemos de profundizar en la espectroscopia y su historia. En 1862, Armstrong midió con exactitud la longitud de onda de las líneas de absorción y emisión del hidrógeno. En honor a él, las longitudes de onda se miden en ángstrom o nanómetro: $1 \overset{\circ}{\text{A}} = 0.1 \text{ nm} = 10^{-10} \text{ m}$. La frecuencia ν , se refiere al número de oscilaciones del campo electromagnético por segundo. El espectro electromagnético se divide en los siguientes segmentos:

- a) rayos gama: onda ultracorta, de muy alta frecuencia y muy alta energía;
- b) rayos X: ondas muy cortas, de alta frecuencia y alta energía;
- c) radiación ultravioleta: ondas con una longitud menor a 400 nm , con una frecuencia mayor que $7.5 * 10^{14} \text{ Hz}$
- d) radiación de la luz visible: violeta, azul, verde, amarilla, naranja, roja: con ondas de 400 a 700 nm y frecuencias de $7.5 * 10^{14} \text{ Hz}$ hasta $4.3 * 10^{14} \text{ Hz}$
- e) radiación infrarroja con ondas mayores de 700 nm y frecuencias menores a $4.3 * 10^{14} \text{ Hz}$
- f) radiación en la longitud de radio: ondas largas y frecuencias bajas
- g) radiación cósmica de fondo, en la frecuencia de micro-ondas de radio, con una energía muy baja (una temperatura de 2.7^0 K)

Las ondas electromagnéticas emitidas por objetos celestes cercanos y lejanos, son el único medio para ponernos en contacto con el resto del Universo y descubrir muchas cosas que suceden en él. De cada longitud de onda del espectro electromagnético, obtenemos información diferente sobre estos objetos. A continuación se reproducen representaciones visuales del firmamento, de Norte a Sur, vistas desde el centro de La Vía Láctea, en cada una de estas seis longitudes. Obviamente, las longitudes más largas o más cortas que las de la luz visible son invisibles, pero son observables de otra manera y en las siguientes imágenes se les da color:

IMAGEN. LA VÍA LÁCTEA Y EL FIRMAMENTO EN EL FONDO:
EN LA LONGITUD DE ONDA ULTRACORTA DE LOS RAYOS GAMA¹⁸⁶



¹⁸⁶ Copyright NASA, <http://cosscc.gsfc.nasa.gov/images/epo/galley/skymaps>

IMAGEN. LA VÍA LÁCTEA EN EL FONDO DEL CIELO PROFUNDO:
EN LA LONGITUD DE ONDA DE LOS RAYOS X ¹⁸⁷

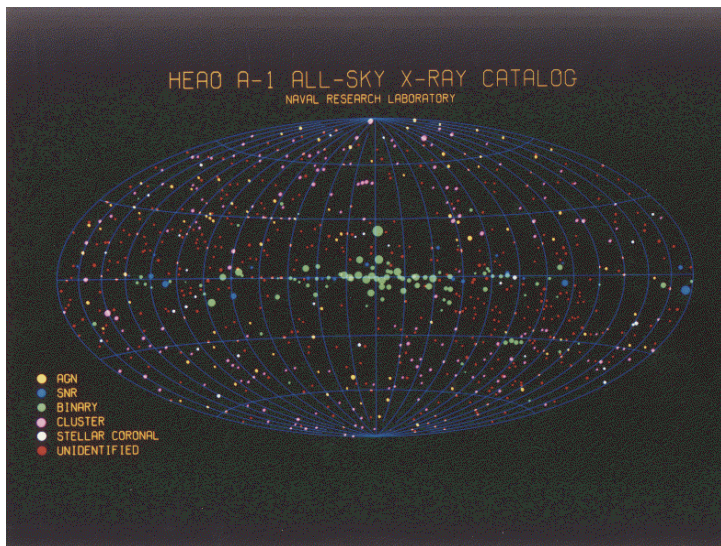
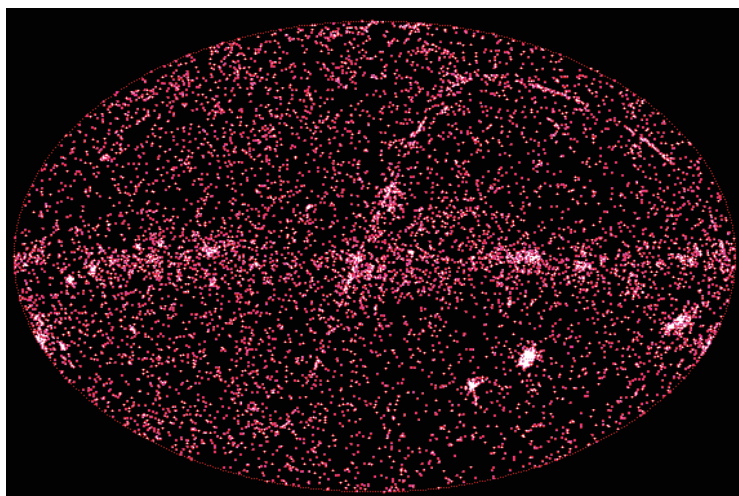


IMAGEN. LA VÍA LÁCTEA EN EL FONDO DEL CIELO PROFUNDO:
EN LA LONGITUD DE ONDA DE LOS RAYOS ULTRAVIOLETA



¹⁸⁷ Copyright NASA, http://heasarc.gsfc.nasa.gov/docs/heao1/heao1_images.html

¹⁸⁸ Copyright Caltech, C. Haslam *et al.*, Skyview, http://coolcosmos.ipac.caltech.edu/cosmic_classroom/multiwavelength_astronomy/multiwavelength_astronomy/gallery3.html

IMAGEN. LA VÍA LÁCTEA EN EL FONDO DEL CIELO PROFUNDO:
LONGITUD DE ONDA DE LA LUZ VISIBLE ¹⁸⁹

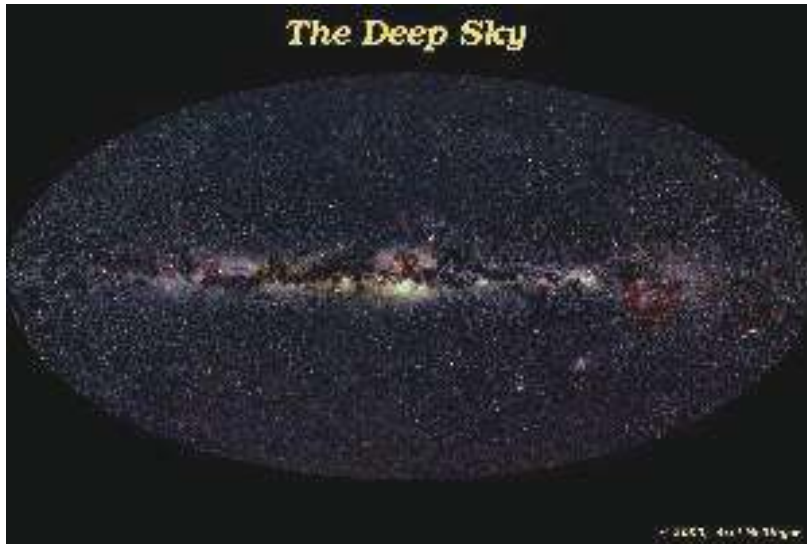
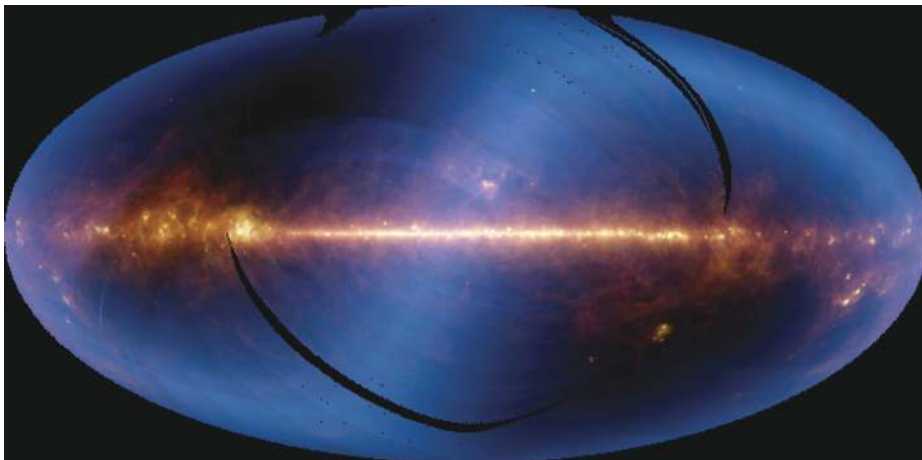


IMAGEN. LA VÍA LÁCTEA EN EL FONDO DEL CIELO PROFUNDO:
LONGITUD DE ONDA DE LOS RAYOS INFRARROJO ¹⁹⁰



¹⁸⁹ Axel Mellinger, <http://home.actor-online.de/axel.mellinger>

¹⁹⁰ Copyright Caltech, http://coolcosmos.ipac.caltech.edu/image_galleries/missions_gallery.html

IMAGEN. LA VÍA LÁCTEA EN EL FONDO DEL CIELO PROFUNDO:
LA RADIACIÓN CÓSMICA DE FONDO EN LA LONGITUD DE MICRO-ONDAS DE RADIO ¹⁹¹

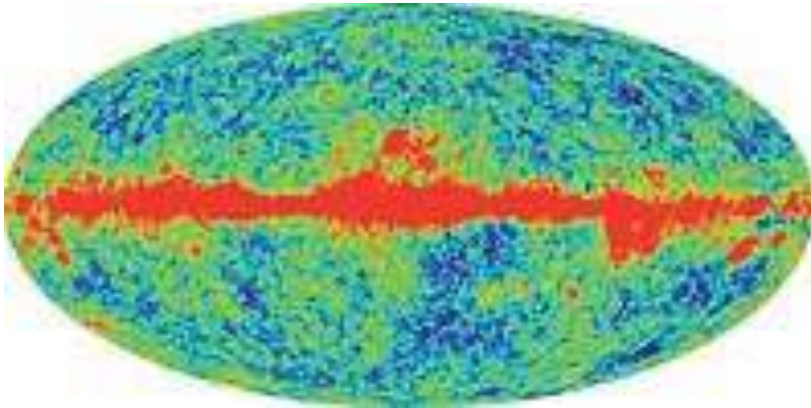
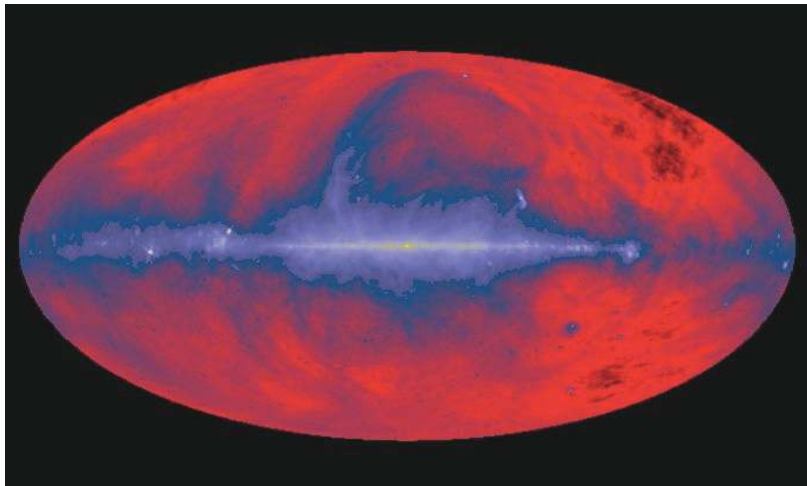


IMAGEN. LA VÍA LÁCTEA EN EL FONDO DEL CIELO PROFUNDO:
EN LA LONGITUD DE ONDAS DE RADIO DE 408 MHz ¹⁹²



El descubrimiento de las ondas electromagnéticas por Maxwell tuvo una implicación que resultó ser muy importante para la cosmología moderna. Gustav Robert Kirchhoff (1824-1887), físico alemán, descubrió en 1859 que cualquier elemento químico, cuando se calienta lo suficiente para volverse incandescente, emite luz con su propio patrón característico de colores, o espectro. Por ejemplo, el vapor de sodio produce una doble línea amarilla. Kirchhoff se dio cuenta que esta doble línea ama-

¹⁹¹ Copyright NASA, <http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/cobe>

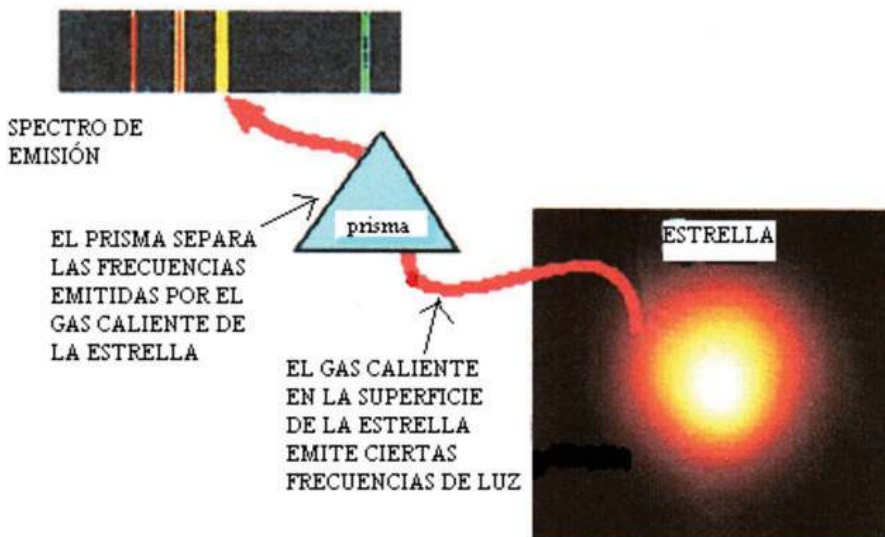
¹⁹² Copyright Caltech, J. Bonnell *et al.*, NASA, http://coolcosmos.ipac.caltech.edu/cosmic_classroom/multiwavelength_astronomy/multiwavelength_astronomy/gallery3.html

rilla se encontraba exactamente en el mismo lugar donde Joseph von Fraunhofer (1787-1826), físico alemán, había identificado, en 1814, una línea negra, bautizada “D” en el espectro solar. Kirchhoff concluyó que debe haber gas de sodio en la atmósfera del Sol. En 1862, Armstrong midió con exactitud la longitud de onda de las líneas de absorción y emisión del hidrógeno.

Balfour Stewart (1828-1887), físico escocés, fue el primero en reconocer que a temperatura constante, la emisión y absorción de energía son equivalentes, para cualquier frecuencia o longitud de onda. Kirchhoff llevó a cabo varios experimentos, con el espectroscopio inventado en 1869, por él y Robert Bunsen (1811-1899), químico alemán, y llegó de manera independiente a la misma conclusión que Stewart, pero profundizó y generalizó sus observaciones. La ‘ley de Kirchhoff’ dice, que cuando la luz pasa por un determinado gas, ciertas frecuencias de la luz, propias de este elemento, son absorbidas, produciendo líneas negras en el espectro de este gas, pero cuando se calienta el gas en grado suficiente, emite líneas de color, exactamente en el mismo lugar del espectro.

En su forma más elemental, un espectroscopio consiste en una rendija estrecha por donde pasa la luz, cuyas diferentes longitudes de onda son separadas por un prisma, las cuales luego son registradas por un detector o pantalla. Un gas en estado excitado por calentamiento emite un espectro de emisión, como, por ejemplo, el espectro de emisión de gas hidrógeno.

IMAGEN. ESPECTRO DE EMISIÓN REGISTRADO POR ESPECTROSCOPIO:
GAS CALIENTE EN SUPERFICIE DE ESTRELLA EMITE CIERTAS FRECUENCIAS DE LUZ ¹⁹³



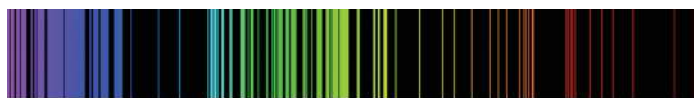
¹⁹³ Dibujo elaborado por el autor.

Cada elemento tiene su propio espectro, por ejemplo, el hidrógeno y hierro, cuyos espectros se pueden apreciar en la siguiente imagen

IMAGEN. LÍNEAS DE EMISIÓN DE HIDRÓGENO Y HIERRO ¹⁹⁴



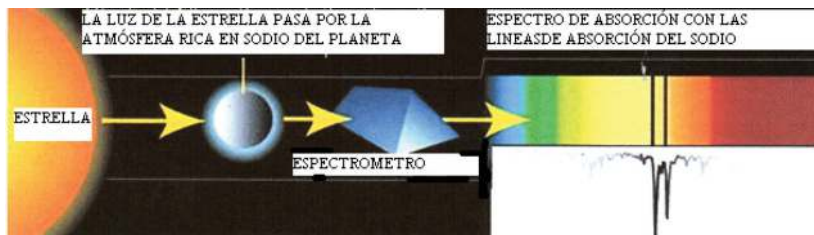
ESPECTRO DE LÍNEAS DE EMISIÓN DE HIDRÓGENO



ESPECTRO DE LÍNEAS DE EMISIÓN DE HIERRO

El mismo gas, relativamente fría en comparación con la energía de los fotones de luz que pasan por él, produce un espectro de absorción, con líneas de absorción exactamente en el mismo lugar donde están las líneas de emisión correspondiente al gas en cuestión, por ejemplo el hidrógeno.

IMAGEN. ESPECTRO DE ABSORCIÓN REGISTRADO POR ESPECTROSCOPIO ¹⁹⁵



Mediante los espectros de los elementos, Kirchhoff descubrió dos nuevos elementos en la Tierra, a saber, cesio y rubidio, y media docena de elementos conocidos en la atmósfera del Sol. Pierre Jules Janssen (1824-1907), astrónomo francés, fue el primero en observar, en 1868, en un eclipse del Sol en la India, una línea espectral desconocida, pasando el dato a Joseph Norman Lockyer (1836- 1920), astrónomo inglés, quien descubrió, en este mismo año de 1868, cómo observar el espectro de la atmósfera del Sol sin eclipse, e identificó esta línea espectral como propia de un nuevo elemento, al cual bautizó helio. En 1895, William Ramsay (1852-1916), químico escocés, identificó por primera vez la

¹⁹⁴ Wikipedia, *Emission spectrum*, autor/usuario: Hautala.

¹⁹⁵ Wikipedia, *Absorption spectroscopy*. Adaptación del dibujo de la NASA elaborado por John M. Horack.

existencia de este gas en la Tierra, donde había sido extraída de un mineral de uranio. Es notable que el segundo elemento más abundante en el Universo –el helio– fuera identificado en el Sol, apenas en 1868, y en la Tierra, en 1895.

IMAGEN. LÍNEAS DE ABSORCIÓN¹⁹⁶



ESPECTRO CONTINUO



LÍNEAS DE ABSORCIÓN

En 1885, Johann Balmer (1825-1898), físico y matemático suizo, descubrió una fórmula que predecía con exactitud la longitud de onda de las cuatro líneas de absorción y emisión del hidrógeno en la parte de la luz visible del espectro, como función de una constante $R = 1.097 * 10^7 m^{-1}$, llamada constante de Rydberg en honor al físico sueco Johannes Rydberg (1854-1919), quien generalizó la ecuación de Balmer, y de un número entero c , cuyo significado físico les era desconocido tanto a Balmer como a Rydberg. Sería Bohr quien nació en el mismo año en que Balmer anunció su fórmula, quien descubriría el significado físico de estos valores de R , partiendo del modelo del átomo de Rutherford. Esta historia se narra en la siguiente sección.

CUADRO MATEMÁTICO 9.1 LA LEY DE BALMER

$$(1) \text{ Ley de Balmer: } \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

En el caso de las cuatro líneas de absorción y emisión del hidrógeno en la parte de luz visible del espectro, $n_f = 2$ y $n_i = 3,4,5,6$. Toda nuestra información sobre las características físico-químicas de las estrellas, viene directa o indirectamente del análisis de sus espectros. *Cada elemento químico*

¹⁹⁶ Wikipedia, *Spectral line*, autor/usuario: it:Utente:Sassospicco.

absorbe y emite fotones en determinada frecuencia. Las respectivas capas más exteriores de una estrella absorben y emiten la energía que se produce en su centro. El resultado neto de estas absorciones y emisiones es que *menos energía es emitida en las longitudes de las líneas de absorción, las cuales aparecen en el espectro continuo como líneas negras.* Pietro Secchi (1818-1878), un astrónomo italiano y William Huggins (1824-1910), astrónomo inglés, adaptaron la espectroscopia a la astronomía de manera sistemática. Entre 1864 y 1868, Secchi realizó el primer *survey* electroscópico del cielo, registrando los espectros de 4,000 estrellas, dividiéndolos en cuatro clases. Huggins estudió los espectros de *nebulae*, estrellas, planetas, cometas y supernovas y anunció en 1863, que los mismos elementos químicos presentes en la Tierra se hallaban en las atmósferas de las estrellas. Las líneas negras de absorción corresponden a una intensidad baja o casi cero de radiación. La ‘anchura equivalente’ de la línea de absorción es un indicador de la cantidad de átomos en la capa exterior y atmósfera de la estrella que absorben esta longitud de onda, es decir, *mientras más ancha la línea negra, mayor la cantidad de átomos de este elemento en la estrella.*

Dado que la temperatura de un objeto es determinada por la ‘oscilación’ o movimiento de sus partes o partículas y dado que la oscilación de cargas eléctricas produce radiación electromagnética, —cada elemento con su propio espectro—, debe de existir una relación entre radiación electromagnética y temperatura, en dos sentidos: en primer lugar, *una relación entre la cantidad de radiación y la temperatura;* y en segundo lugar, *una relación entre la longitud de onda de la radiación y la temperatura.* En 1879, Joseph Stephan (1835-1893), físico austriaco, formuló la ley que establece la relación entre la densidad de flujo de energía F y temperatura T . Ludwig Edward Boltzmann (1844-1906), otro físico austriaco, quien en sus años de estudiante fue asistente de Stephan, y, desde 1894, su sucesor en la cátedra de física y matemáticas de Viena, logró definir con exactitud el valor de la constante de Stephan-Boltzmann, que es un término que forma parte de la ley de Stephan (véase el siguiente cuadro matemático).

CUADRO MATEMÁTICO 9.2 LA LEY DE STEPHAN-BOLTZMANN, Y LAS LEYES DE W WIEN, DE RAYLEIGH-JEANS Y DE PLANCK

Supongamos que una estrella irradia luz. La *luminosidad real* L_r se define como la cantidad de energía ΔE (por ejemplo un Joule) emitida por unidad de tiempo Δt (por ejemplo un segundo). La luminosidad real se define de la siguiente manera:

$$(2) L = \frac{\Delta E}{\Delta t} \text{ (dimensión: } Js^{-1} = W \text{)}$$

Ahora bien, la cantidad de radiación se llama ‘densidad de flujo de energía’ F . Nos imaginamos una esfera con radio r y superficie $4\pi R^2$ en cuyo centro se encuentra una estrella con determinada luminosidad real. La densidad de flujo F se define como la luminosidad real que se recibe por punto de esta superficie. Cuando en este punto se encuentra un observador, la densidad de flujo se llama la luminosidad observada L_o . La densidad de flujo F se define así:

$$(3) F = L_o = \frac{L}{4\pi R^2} \text{ (dimensión: } Jm^{-2}s^{-1} = Wm^{-2} \text{)}$$

La ley de Stephan:

$$(4) F = \sigma T^4 \quad (\text{unidades: } Wm^{-2} = Jm^{-2}s^{-1})$$

La constante de Stephan-Boltzmann.

$$(5) \sigma = 5.67 * 10^{-8} \quad (\text{unidades: } Wm^{-2}K^{-4} = Jm^{-2}s^{-1}K^{-4})$$

La longitud de onda de mayor intensidad (λ_{\max}), emitida por un cuerpo negro incandescente:

$$(6) \lambda_{\max} = \frac{0.029}{T} \quad (\text{unidad: } mK^{-1})$$

La ley de Wien

$$(7) \text{ ley de Wien: } u(\nu, T) = A\nu^3 e^{-b\nu/T}$$

La ley de Rayleigh-Jeans:

$$(8) u(\nu, T) = A\nu^2 T$$

La ley de Planck, para la relación entre intensidad de energía y frecuencia de la radiación de un cuerpo negro es:

$$(9) I(\nu, T) = \frac{2h}{c^2} \nu^3 \left(\frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1} \right) \quad (\text{unidades: } Jm^{-2}, \text{ nota } 197)$$

La misma ley de Planck, para la relación entre densidad de energía y frecuencia de la radiación de un cuerpo negro es:

$$(10) u(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \nu^3 \left(\frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1} \right) \quad (\text{unidades: } Jm^{-3}, \text{ nota } 198)$$

en donde ν es la frecuencia de la radiación, la cual es variable; $k_B = 1.38 * 10^{-23} JK^{-1}$ la constante de Boltzmann y T la temperatura en grados Kelvin.

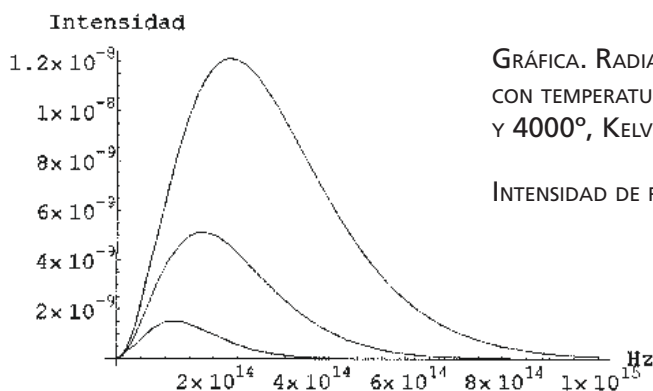
Wilhelm Wien (1864-1928), físico alemán y Premio Nóbel de 1911, corroboró estas ecuaciones para el caso de un 'cuerpo negro' (*black body*). Un cuerpo negro es un objeto que absorbe *todas* las frecuencias electromagnéticas y, una vez incandescente, las emite *todas*. La radiación de un cuerpo negro se llama *black body radiation* ó *cavity radiation*. Este último nombre nació del siguiente fenómeno. Si taladramos un agujero en una caja cuyas paredes están hechas del material que sea, por ejemplo cartón, o madera, o porcelana, o fierro, y cuya temperatura es baja, su color será absolutamente negro, aunque las paredes internas de la caja sean blancas o rojas o del color que sea. Ahora bien, podemos incrementar lentamente la temperatura del cuerpo negro. Aunque un cuerpo negro no tiene una frecuencia específica dentro del espectro total, sucede que, *en determinado nivel de temperatura, una longitud específica del espectro electromagnético es emitida a mayor intensidad que todas las demás longitudes*.

¹⁹⁷ Hannu Karttunen y otros, *Fundamental Astronomy* (2003): 101

¹⁹⁸ Raymond Serway y otros, *Física Moderna* (2006):73

En 1897, Wien formuló *la ley de Wien*, que afirma que la longitud con mayor intensidad (λ_{\max}), emitida por un cuerpo negro incandescente, es igual a 0.029 metros dividido entre la temperatura del objeto en grados Kelvin. Por su trabajo en termodinámica, Wien obtuvo en 1911 el Premio Nóbel de física. La intensidad de energía $I(\nu, T)$ (Joules por metro cuadrado) o densidad de energía $u(\nu, T)$ (Joules por metro cúbico) de las diferentes longitudes o frecuencias de las radiaciones emitidas por un cuerpo negro revelan una curva casi normal, algo estirada hacia la izquierda, si graficamos en el eje horizontal la longitud de onda λ , o hacia la derecha, si graficamos en el eje horizontal la frecuencia ν . Wien ofreció una ecuación, la cual, sin embargo, *solamente explica la parte 'estirada' (con frecuencias altas o longitudes cortas) de la curva normal* (en la ecuación (7) A es una constante). En cambio, James Jeans (1877-1946), astrónomo inglés, basándose en el trabajo previo de Lord John Rayleigh (1842-1919), físico inglés y Premio Nóbel de 1904, ofreció otra ecuación que solamente explicaba la otra mitad de la curva (con frecuencias bajas o longitudes largas), pero, fallaba completamente en el caso de longitudes cortas y bajas densidades de radiación, es decir, en el caso de frecuencias altas.

El hecho es que *las observaciones empíricas completas de la radiación de cuerpo negro refutaban ambas ecuaciones, tanto la de Wien y como la de Rayleigh-Jeans*. Fue Max Planck (1858-1947), físico alemán, fundador de la mecánica cuántica y Premio Nóbel de 1918, quien finalmente encontró la ecuación que correctamente explicaba toda la curva. Es de llamarse la atención, que Einstein, en su famoso artículo de 1905, no usa la ecuación de Planck, sino la de Jeans, atribuyéndola a Planck. *Planck postulaba que la energía no es un flujo continuo, sino una serie de cantidades mínimas de energía o cuantos de energía*. Al introducir este concepto, logró explicar la radiación del cuerpo negro. Esta cantidad mínima emitida durante un segundo nos da la famosa constante de Planck, $h = 6.626 \cdot 10^{-34} Js$. Introduciendo este concepto revolucionario, Planck obtuvo la ecuación físico-matemática que fue corroborada por las observaciones de la radiación de cuerpo negro.¹⁹⁹ Cuando se grafica la radiación de un cuerpo negro, suele medirse en el eje vertical la *intensidad de la radiación por área* $I(\nu, T)$ (unidades: Jm^{-2}) o *densidad de energía* $u(\nu, T)$ (unidades: Jm^{-3}), y en el eje horizontal, la *frecuencia* ν o *longitud de onda* λ .

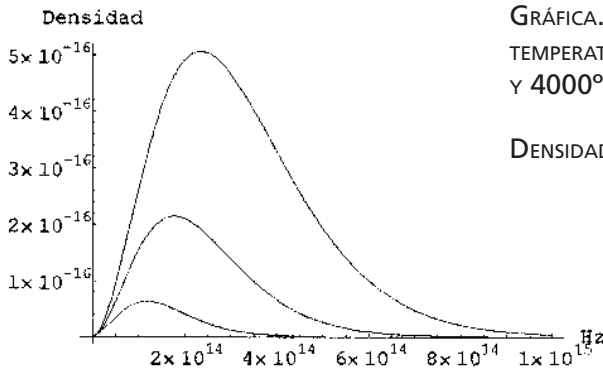


GRÁFICA. RADIACIÓN DE CUERPO NEGRO
CON TEMPERATURAS DE 2000°, 3000°
Y 4000°, KELVIN ²⁰⁰

INTENSIDAD DE RADIACIÓN Y FRECUENCIA

¹⁹⁹ Véase el Apéndice VIII con ecuaciones astro-físicas, sección B1.

²⁰⁰ Gráfica elaborada con el programa Mathematica 5.2 de Wolfram



GRÁFICA.- RADIACIÓN DE CUERPO NEGRO CON TEMPERATURAS DE 2000°, 3000° Y 4000°, KELVIN ²⁰¹

DENSIDAD DE RADIACIÓN Y FRECUENCIA

Estos resultados refutaban la hipótesis newtoniana, según la cual la intensidad o densidad incrementarían exponencialmente con la frecuencia de la radiación, razón por la cual casi toda la radiación tendría que estar en la frecuencia ultravioleta –la más alta conocida en aquel entonces–. Este conflicto entre teoría newtoniana y observaciones empíricas era conocido como la “catástrofe ultravioleta”, nombre inventado por Ehrenfest.

Fue Planck, entonces, quien resolvió el enigma. Presentó su ecuación en octubre de 1900, en una sesión de la Sociedad Alemana de Física. Sin embargo, Planck no explicó su ecuación teóricamente. Se trataba, como él mismo decía, de “una fórmula de interpolación, encontrada con una dosis de buena suerte.”²⁰² En otra sesión, en diciembre de 1900, Planck propuso una explicación, de modo que el siglo xx empezó con el descubrimiento de la física cuántica. Según Planck, las átomos de gas contenido en el cuerpo negro oscilan interrumpidamente, y dejan escapar el flujo de energía interrumpidamente, análogo a agua, que dejamos salir interrumpidamente de un contenedor, abriendo y cerrando rápidamente una válvula. Así como existe una cantidad mínima de agua que puede escapar del contenedor, así la energía del cuerpo negro sale del agujero en ‘cuántos’ de energía, cantidades mínimas dependientes de la vibración mínima de los osciladores. Pueden escapar uno, dos o tres cuántos, pero no dos y medio.

Sobre la base de esta teoría de Planck, Einstein fue más lejos, proponiendo que no son los ‘osciladores’ que dejan salir la energía, sino la energía misma y la luz misma las que están subdivididas en cantidades mínimas, llamadas por Einstein ‘cuántos de luz’ (*Lichtquanten*). Comparó estos cuantos de luz con las partículas de gas, concibiendo la radiación como un conjunto de partículas con tamaño puntual que ejercen presión:

“Me parece que las observaciones sobre la radiación de un cuerpo negro y otros grupos de fenómenos asociados con la producción o conversión de luz pueden ser comprendidos mejor si se supone que la energía se distribuye discontinuamente en el espacio. Según este supuesto, cuando un rayo de luz sale de una fuente puntual, esta energía no se distribuye en forma continua en un espacio cada vez mayor, sino que consiste

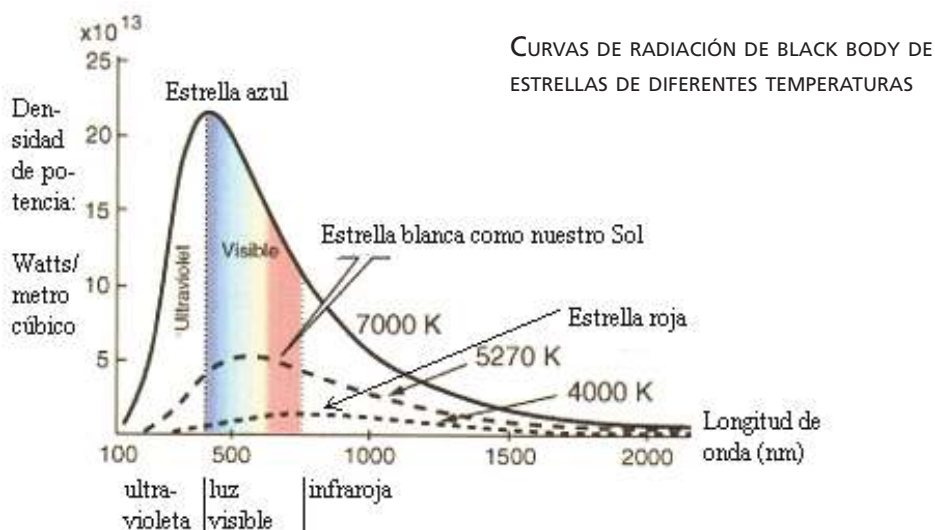
²⁰¹ Gráfica elaborada con el programa Mathematica 5.2 de Wolfram

²⁰² Citado en Hans Ohanian, *Einstein's mistakes* (2008): 130

de un número finito de cuantos de energía que se localizan en puntos del espacio, se mueven sin dividirse y pueden ser absorbidos o generados solamente en su totalidad.”²⁰³

Con esta idea revolucionaria, Einstein pudo explicar una serie de fenómenos físicos, entre ellos el efecto foto-eléctrico, lo que le mereció el Premio Nóbel de 1921. Pero, para su tesis de que existen ‘cuantos de luz’, Einstein partió de la ley de Wien, afirmando que “esta ley ha sido corroborada plenamente por experimentos para valores grandes de ν/T .”²⁰⁴ Es notable que Einstein, que conocía la ecuación de Planck no la usó, basándose en la de Wien, atribuyéndosela a Planck, aunque la de Wien no explica la relación entre frecuencias bajas (longitudes largas) e intensidad o densidad de radiación. Ohanian considera que éste es uno de los 25 graves errores de física-matemática cometidos por Einstein a lo largo de su vida.²⁰⁵ No pocas veces, Einstein procedía de manera intuitiva, así como documenta Ohanian en su biografía intelectual, fundamentando una intuición física genial y verdadera sobre el fundamento chueco de alguna premisa de física conocida.²⁰⁶

Podemos relacionar las gráficas de la radiación de un cuerpo negro con las líneas de absorción y emisión mencionadas al inicio de esta sección. Las líneas de absorción de un gas o elemento, son como una gráfica de la radiación de un cuerpo negro, pero ‘dentada’, en donde los valles indican las líneas de absorción. Y vice-versa, el espectro de emisión de un gas o elemento incandescente es como la misma gráfica, pero donde antes estaban los valles, ahora vemos montañas empinadas –las líneas de emisión– en medio de una llanura horizontal –las líneas no emitidas–.



²⁰³ Albert Einstein, “On a heuristic point of view concerning the production and transformation of light”, en: *Annalen der Physik* vol. 17 (1905), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein*, vol. 2 (1989): 87

²⁰⁴ Albert Einstein, “On a heuristic point of view concerning the production and transformation of light”, en: *Annalen der Physik* vol. 17 (1905), traducido al inglés en *The Collected Works of Albert Einstein*, vol. 2 (1989): 93. En el artículo de

Einstein, la ecuación es $\rho = \alpha \nu^3 e^{-\beta \frac{\nu}{T}}$, *ibidem* pág. 93

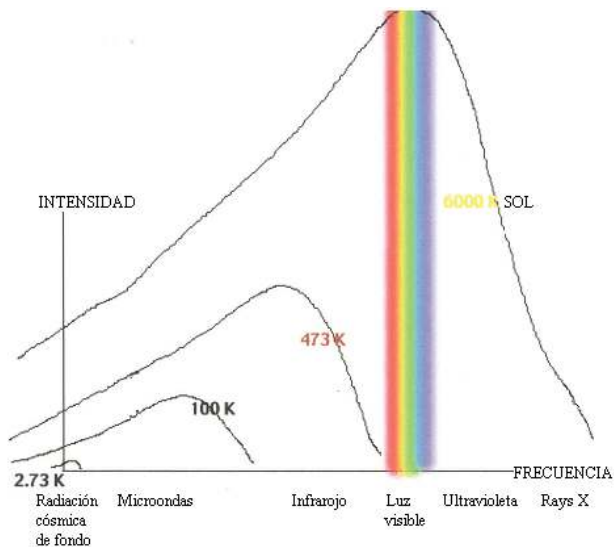
²⁰⁵ Hans Ohanian, *Einstein's mistakes* (2008): 142

²⁰⁶ Hans Ohanian, *Einstein's mistakes* (2008): *passim*

La radiación de las estrellas está muy cerca de ser una radiación de cuerpo negro, razón por la cual la podemos visualizar de esta manera. En la gráfica anterior, podemos apreciar las curvas casi normales de la radiación de cuerpo negro de estrellas muy calientes, como son las estrellas azules, de estrellas blancas, como nuestro Sol y de estrellas de temperaturas más bajas, como son las estrellas rojas.²⁰⁷ Todas las estrellas emiten radiación en todas las longitudes de ultravioleta hasta infrarroja, pero, obviamente, mientras más caliente es la estrella, la longitud de onda de la radiación más intensa se encuentra más cargada del lado de la radiación ultravioleta, y mientras más fría la estrella, más cargada del lado de la radiación infrarroja.

En la siguiente gráfica, podemos apreciar las curvas de radiación de cuerpo negro para objetos mucho más fríos, entre ellos la más fría del Universo, a saber, la radiación cósmica de fondo.²⁰⁸

CURVAS DE RADIACIÓN DE BLACK BODY PARA TEMPERATURAS BAJAS



La importancia de estos descubrimientos para la cosmología moderna, es difícil de sobre-estimar. Por estos medios –espectros, líneas de absorción, líneas de emisión, radiación de cuerpo negro, las ecuaciones de Maxwell, las leyes de Kirchhoff, Planck, Balmer-Rydberg, Stephan y Wien– podemos determinar la composición química y la temperatura de la atmósfera de las estrellas y de las nubes de gas cósmicas; por el recorrimiento hacia el rojo de los espectros de las estrellas y galaxias, podemos determinar la velocidad de expansión de las mismas y de esta manera –indirectamente– la edad del Universo; podemos poner a prueba las hipótesis sobre la curvatura del espacio (de la relatividad general de Einstein) por el efecto del *lensing* de las imágenes de objetos que se encuentran detrás de otro objeto muy masivo; etcétera. En las siguientes secciones, ya tendremos oportunidad para ver el uso tan amplio que hacen los cosmólogos del electromagnetismo.

²⁰⁷ Imagen tomada de “Star Temperatures”, www.egglescliffe.org.uk/.../blackbody/bbody.html

²⁰⁸ Imagen de Launcester College, www.launc.tased.edu.au/online/sciences/.../blackbody1.html

SECCIÓN 10. LA INTERACCIÓN DE ELECTRONES Y FOTONES SEGÚN BOHR Y FEYNMAN

El fenómeno de la absorción o emisión de fotones por electrones en los átomos de un gas nos introduce en el campo de la física cuántica. Ya vimos que Balmer y Rydberg no lograron explicar el significado físico de la ecuación por ellos descubierta. Son la mecánica cuántica de Niels Bohr (1885-1962), físico danés y Premio Nóbel de 1922, y la dinámica cuántica de Richard Feynman (1918-1988), físico estado-unidense y Premio Nóbel de 1965, que nos proporcionan esta explicación. Feynman nació de una familia judía en Nueva York, de un padre que estimuló activa y positivamente la curiosidad intelectual de su hijo; y de una madre quien se mostraba admirablemente tolerante cuando los experimentos físicos de su hijo generaron pequeños accidentes y contaminación en la casa; y con maestros suficientemente humildes para aceptar que el alumno número uno del salón de clases sabía más de matemáticas que ellos mismos, dándole la palabra.²⁰⁹ En las Secciones 10 y 11 parto del “principio y fundamento” de esta rama de la ciencia, definido por Feynman como el conjunto de tres acciones básicas, de las cuales surgen todos los fenómenos de fotones y electrones: “-acción #1: Un fotón viaja de un lugar a otro; acción #2: Un electrón viaja de un lugar a otro; acción #3: Un electrón emite o absorbe un fotón.”²¹⁰ En la Sección 10 se analizarán la acción 1 y la 3, y en la Sección 11, la 1 y la 2.

Sección 10.1. El modelo del átomo de Bohr

Si bien a los astrónomos les funcionaba trabajar con el electroscopio para descubrir la composición química de la atmósfera del Sol y de otras estrellas, *nadie había podido explicar por qué existen estas líneas de absorción y emisión de los diferentes elementos*. Este tema nos lleva a la historia del descubrimiento del infra-mundo del átomo, a fines del siglo XIX y principios del siglo XX y los inicios de la física cuántica.

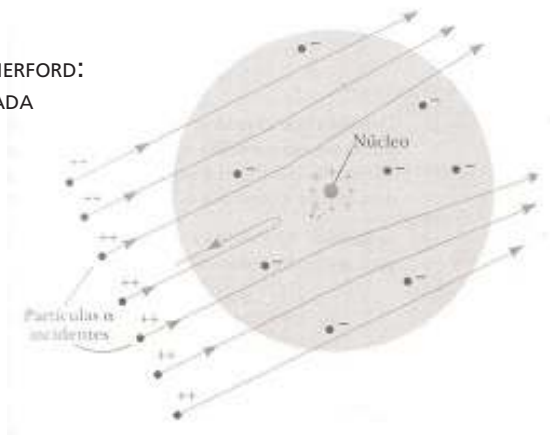
John Dalton (1766-1844), un químico inglés, retomó la idea del ‘átomo’ de Demócrito y siguiendo el trabajo de Joseph Proust (1754-1826), un químico francés, formuló en 1803 la ‘ley de proporciones múltiples’. Según esta ley, en un gas compuesto, los componentes siempre se combinan como múltiplos de números enteros. Por ejemplo, el átomo de oxígeno pesa $4/3$ veces más que el átomo de carbono, de modo que, para hacer monóxido de carbón (CO), que está compuesto de un átomo de carbono y un átomo de oxígeno, se necesitan 3 unidades de carbono y 4 de oxígeno, y para hacer dióxido de carbón (CO₂), 3 unidades de carbono y 8 de oxígeno. Hoy sabemos que esto es cierto, porque el peso atómico de carbono es 12 (6 protones y 6 neutrones) y el de oxígeno, 16 (8 protones y 8 neutrones). A partir del Primer Congreso Internacional de Química, Stanislao Canizzaro (1826-1910), un químico italiano, y otros, acertaron en determinar los pesos atómicos exactos de muchos elementos y sobre esta base, ponerse de acuerdo en la fórmula de muchas moléculas. Este trabajo preparó el terreno para la elaboración de la tabla periódica de los elementos, por Dmitri Mendeleev (1834-1907), un químico ruso, quien publicó una primera versión en 1869, y otra mejorada, en 1871. En esta última versión dejó abiertos los lugares de ciertos elementos todavía no conocidos, prediciendo su futuro descubrimiento, el cual efectivamente se realizó, en los años posteriores. El Dr. Arturo Frago de la Universidad Iberoamericana hizo una edición completa de esta tabla que reproduzco en el Apéndice X.

²⁰⁹ James Gleick, *Genius. The Life and Science of Richard Feynman* (1993)

²¹⁰ Richard Feynman, *Quantum Electro Dynamics. The Strange Theory of Light and Mater* (2006): 85

Un físico inglés, Joseph Thomson (1856-1940), entendió que *los electrones forman parte del átomo*. Pero, el modelo del átomo, propuesto por Thomson, era como un pastel con carga positiva, llena de electrones con carga negativa, insertadas como pasas en la masa. Ernest Rutherford (1871-1934), físico-químico británico, y su asistente Hans Geiger (1882-1945), físico alemán, ambos de la Universidad de Cambridge de Inglaterra, diseñaron un ingenioso experimento para poner a prueba el modelo atómico de Thomson. En su experimento, usaron radio radioactivo, un elemento descubierto en 1896 por Marie (1867-1934) y Pierre Curie (1859-1906), ganadores del Premio Nóbel de 1903, como fuente de emisión de partículas alpha, las cuales dirigían hacia una rebanada muy delgada de oro. Con detectores de partículas alpha, descubrieron que una de cada 8,000 partículas alpha son desviados por los átomos de oro, mientras el resto pasa por estos átomos como por un vacío.

GRÁFICA. EL EXPERIMENTO DE RUTHERFORD:
UNA LÁMINA DE ORO ES BOMBARDEADA
CON PARTÍCULAS ALPHA²¹¹



Con métodos de la mecánica clásica, Rutherford supo calcular este número de partículas.²¹² Así comprobó Rutherford que el modelo de Thomson era erróneo, y que *el átomo era más bien como un pequeño sistema solar*, con un núcleo de bariones en el centro y electrones girando alrededor de este núcleo. Rutherford identificó el protón como partícula elemental del núcleo atómico, en 1914, y James Chadwick (1891-1974), otro físico inglés y Premio Nóbel de 1935, comprobó en 1932 que también el neutrón es parte del núcleo.

Aquí es donde arrancó Niels Bohr (1885-1962), físico danés, para *explicar* las líneas de absorción y emisión en los espectros de los elementos químicos. Bohr recibió una beca y la usó para estudiar y trabajar en Inglaterra, primero con Thomson, en Cambridge y después –cuando Thomson entró en conflicto con Rutherford sobre el modelo del átomo–, con Rutherford, en Manchester, para

²¹¹ Raymond Serway y otros, *Física moderna* (2007): 121

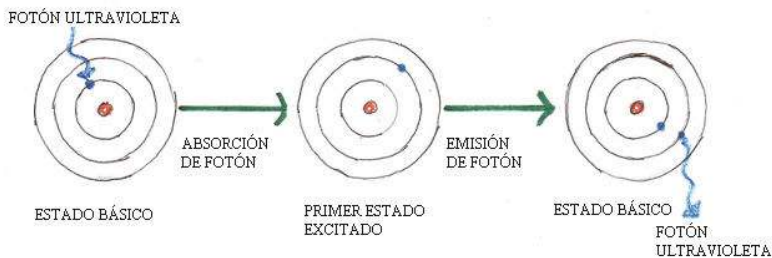
²¹² Raymond Serway y otros, *Física Moderna* (2007): 119-125; $N(\theta) = \frac{N_i n d Z^2 e^4}{4R^2 (4\pi\epsilon_0)^2 (\frac{1}{2} m v^2) \sin^4(\frac{\theta}{2})}$ en donde N_i es el número

de partículas α incidentes en la pantalla, es decir, desviados por un núcleo de oro; d = grosor de la lámina; n es el número de núcleos por volumen del oro; y $N(\theta)$ es el número de partículas α incidentes en la pantalla por área de la pantalla; de modo que nd es el número de núcleos por área de la lámina; m es la masa de la partícula alpha y v su velocidad (no-relativista); Z es el número de protones del núcleo de oro; R la distancia de la lámina a la pantalla; y θ el ángulo de desviación de la partícula alpha.

regresar a Copenhague en 1916. A Bohr se le ocurrió combinar el modelo del átomo de Rutherford con la teoría cuántica de Max Planck (1858-1947), físico alemán, para explicar la absorción y emisión de energía radiante por el átomo de hidrógeno. Conjeturó que en el átomo de hidrógeno, un electrón está en órbita circular alrededor del protón. Cuando la energía de un fotón es absorbida por el átomo de hidrógeno, el electrón brinca a otra órbita circular, más exterior, y si el fotón es de mucha energía, el electrón puede brincar inclusive a otras órbitas más exteriores todavía. Sin embargo, hay una órbita máxima. Si se energiza todavía más al electrón, éste abandona la última órbita y se sale del átomo y el gas se ioniza.

Acto seguido –unos 10^{-8} segundos– después de la absorción de un fotón, el electrón regresa a su órbita normal (*ground state*), directamente, o en cascada, órbita por órbita. Cuando el electrón brinca de un estado de energía más alto a un estado de energía más bajo, *el átomo emite un quantum de radiación electromagnética, a saber, un fotón*. Si el electrón regresa directamente a su órbita normal, el átomo emite un fotón ultravioleta; cuando lo hace en forma de cascada, se emiten varios fotones de longitudes mayores –y por lo tanto de energías menores–, visibles como diferentes colores.

ABSORCIÓN Y EMISIÓN DE UN SOLO FOTÓN POR UN ELECTRÓN EN UN ÁTOMO DE HIDRÓGENO



Estos *quantums* de energía de radiación, los definió Bohr en términos de la constante de Planck.

CUADRO MATEMÁTICO 10.1 LA CONSTANTE DE PLANCK

La constante de Planck:

$$(1) \quad n\hbar = \frac{nh}{2\pi} = 1.0546 \cdot 10^{-34} \text{ Js (para } n = 1)$$

en donde h es la constante de Planck y n es el número cuántico, que siempre es entero: 1, 2, 3 o 4.

El cambio de estado de energía del electrón que cambia su órbita alrededor del núcleo es:

$$(2) \quad \Delta E = h\nu = E_{n_2} - E_{n_1}$$

A la órbita más cercana al protón corresponde el número cuántico $n = 1$, y así etcétera. En el caso del átomo de hidrógeno, este número cuántico tiene que ver con los brinco del electrón de una órbita 'permitida' a otra órbita 'permitida'. Y vice-versa, *si el átomo absorbe un fotón, el electrón pasa de un estado más bajo a un estado más alto de energía*. Wolfgang Pauli (1900-1958), físico austriaco, alumno de Bohr y Premio Nóbel de 1945, descubrió que en un determinado nivel de energía del electrón, es

decir, en una órbita determinada, solamente pueden girar un número máximo de electrones. Esta ley se conoce como *el principio de exclusión de Pauli*. Más específicamente dice que en un átomo, los electrones no pueden tener los cuatro números cuánticos idénticos, a saber, n , l , m y *spin* aunque pueden tener idénticos tres de los cuatro números. El valor de l tiene que ver con los orbitales s ($l=0$), p ($l=1$), d ($l=2$) y f ($l=3$). El número máximo de electrones en cada una de las siete órbitas posibles (de I a VII), que corresponden a los siete renglones de la tabla periódica de Mendeleev son, respectivamente I) 2; II) 8; III) 8; IV) 18; V) 18; VI) 32; y VII) 32 ^(nota 213).

El número máximo posible de electrones en cada capa depende de diferentes números cuánticos, a saber, el número cuántico principal n , el número cuántico secundario (s, p, d, f), el número cuántico del campo magnético m (-1 ó 0 ó $+1$), y el valor del spin ($+1/2$ y $-1/2$). El número cuántico principal nos dice cuántas suborbitales hay en las diferentes capas. El físico holandés Zeeman (1865-1943), bajo la dirección de Lorentz, descubrió que las líneas de absorción o emisión de un gas excitado se desdoblaron en un campo magnético. La suborbital s tiene un valor del campo magnético $m = 0$; la suborbital p tiene tres valores para el campo ($m = -1, m = 0, m = 1$); la suborbital d tiene cinco valores ($m = -2, m = -1, m = 0, m = 1, m = 2$); y la suborbital f tiene siete valores ($m = -3, m = -2, m = -1, m = 0, m = 1, m = 2, m = 3$). A su vez, el físico austriaco Wolfgang Pauli (1900-1958) explicó 'el efecto Zeeman anómalo' al descubrir que las líneas Zeeman se vuelven a desdoblarse por el spin; solamente existen dos posibles valores del spin ($-1/2$ y $+1/2$).

Para obtener el número máximo posible de electrones en la capa exterior de un átomo, tenemos que multiplicar y sumar estos valores de los números cuánticos. Por ejemplo, el helio tiene dos electrones (órbita s , con campo $m = 0$ y dos spins, en total 1×2). El neón tiene en su capa interior dos, como el helio, y en su capa exterior (la segunda capa) dos electrones por la suborbital s con spin $= +1/2$ ó spin $= -1/2$, es decir, 1×2 , más seis electrones por la suborbital p , que tiene tres valores del campo magnético, cada uno con dos valores del spin, es decir, $1 \times 3 \times 2 = 6$, en total $2 + 2 + 6 = 10$ electrones. El argón tiene en sus dos capas interiores dos y ocho electrones, respectivamente, como el neón, y en su tercera capa también ocho, en las suborbitales s y p ($1 \times 2 + 1 \times 3 \times 2 = 8$), en total $2 + 8 + 8 = 18$, y así etcétera.

Si un átomo de un elemento de la tabla periódica de Mendeleev no tiene el número máximo posible de electrones en ciertas (sub)órbitas más exteriores, puede entrar en unión con otro(s) átomo(s) cediendo y compartiendo uno o varios electrones para formar moléculas. Los elementos 21 (Escandio) a 30 (Zinc) forman la primera serie de transición y van llenando la subcapa $3d$ progresivamente, mientras la configuración de la cuarta órbita $4s^2$ permanece sin cambio. La segunda serie de elementos de transición va del elemento 39 (itrio) a 45 (rodio); en éstos se llena progresivamente la subcapa $4d$, mientras sigue sin cambio la subcapa $5s^2$. La tercera serie de transición va de lutecio (71) a platino (78), en la cual se va llenando progresivamente la subcapa $5d$ y la subcapa $6s^2$ permanece constante. Según la Regla de Hund, los electrones 'prefieren' ocupar *diferentes* orbitales y orbitales con *spins* no apareados, es decir, *idénticos*, en vez de ocupar el mismo orbital con *spins* contrarios es decir, apareados (uno negativo, otro positivo), aunque se acomodan de la última manera si

²¹³ *Tabla Periódica de los Elementos* (2003), por Arturo Fregoso de la Facultad de Química de la UIA. Véase el Apéndice X de este libro.

no les queda de otro.²¹⁴ Por ejemplo, en el caso de ${}^7N^{14}$ (nitrógeno) con configuración $1s^2 2s^2 2p^3$, vemos dos electrones en la órbita uno, con *spins* apareados, dos electrones en la órbita dos, también con *spins* apareados, y tres electrones en la órbita tres, cada uno con *spin* positivo, en tres diferentes suborbitales, en lugar de dos electrones en un solo suborbital, cada uno con signo contrario, y el tercer electrón en el segundo suborbital. La siguiente imagen clarifica la regla de Hund en el caso de nitrógeno y la siguiente tabla el modo como las diferentes órbitas y orbitales se llenan de electrones.

IMAGEN. ALINEACIÓN PREFERIDA DE LOS ELECTRONES SEGÚN EL *SPIN* EN DIFERENTES ORBITALES DE NITRÓGENO

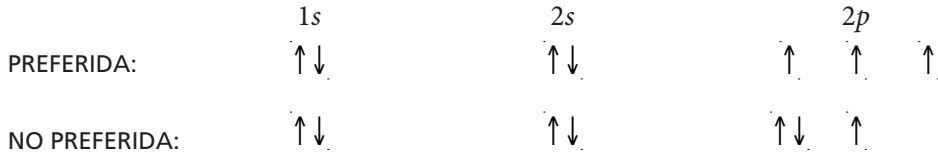


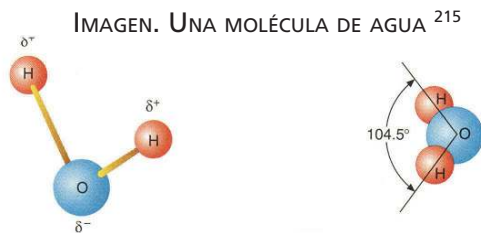
TABLA. EL NÚMERO MÁXIMO DE ELECTRONES EN CADA CAPA Y SUBCAPA

| C a p a s | Núm. cuántico | Número máximo electrones por subcapa <i>s p d f</i> | Número máximo de electrones acumulados en capas | Número de electrones en gases inertes que han 'llenado' sus subcapas y capas enteras al máximo y, por eso, no forman moléculas con otros átomos |
|-----------------------|------------------|--|--|---|
| I | n=1 | 2 | 2 | ${}^2He^4$ ($1s^2=2$) (helio) |
| II | n=2 | 2 6 | 2,8 | ${}^{10}Ne^{20}$ ($1s^2 + 2s^2 2p^6 = 10$) (neón) |
| III | n=3 | 2 6 | 2,8,8 | ${}^{18}Ar^{40}$ ($1s^2 + 2s^2 2p^6 + 3s^2 3p^6 = 18$) (argón) |
| IV | n=4 | 2 6 10 | 2,8,18,8 | ${}^{36}Kr^{84}$ ($1s^2 + 2s^2 2p^6 + 3s^2 3p^6 3d^{10} + 4s^2 4p^6 = 36$) (kriptón) |
| V | n=5 | 2 6 10 | 2,8,18,18,8 | ${}^{54}Xe^{131}$ ($1s^2 + 2s^2 2p^6 + 3s^2 3p^6 3d^{10} + 4s^2 4p^6 4d^{10}$) (xenón) |
| VI | n=6 | 2 6 10 14 | 2,8,18,32,18,8 | ${}^{86}Rn^{222}$ ($1s^2 + 2s^2 2p^6 + 3s^2 3p^6 3d^{10} + 4s^2 4p^6 4d^{10} 4f^{14} + 5s^2 5p^6 5d^{10} + 6s^2 6p^6 = 86$) (radón) |
| | n=7 | 2 6 10 14 | / | (en teoría <i>radón</i> + $7s^2 7p^6 7d^{10} 7f^{14}$, pero núcleos son inestables a partir de uranio) |

Un ejemplo de esta unión de átomos es la molécula de hidrógeno. El átomo de hidrógeno tiene un electrón en la órbita uno, de modo que no está 'llena', le falta un electrón. Para completar el número

²¹⁴ Raymond Serway et al., *Física Moderna* (200): 320-321

de electrones en esta órbita, el átomo de hidrógeno puede unirse a otro átomo de hidrógeno, de manera que los dos núcleos comparten sus dos electrones, para constituir la molécula de hidrógeno H_2 que es sumamente estable. Cuesta mucha energía separar estos dos átomos de la molécula, y al recombinarse se libera mucha energía. También es posible que dos átomos de hidrógeno se unen con un átomo de oxígeno ${}^8O^{16}$ que tiene solamente seis electrones en la órbita dos, de modo que le faltan dos para tener su órbita exterior completa, lo que permite que un átomo de oxígeno y dos átomos de hidrógeno forman una molécula estable de agua, de tal manera que el átomo de oxígeno comparte un electrón con un átomo de hidrógeno, y otro con el otro átomo de hidrógeno. Podemos imaginarnos que cada uno de los dos átomos de hidrógeno ‘ceden’ su electrón al oxígeno, de manera que la molécula de agua, del lado de los átomos de hidrógeno, tiene una carga ligeramente positiva, y del otro lado, donde se encuentra el átomo de oxígeno, ligeramente negativa:



Todos los elementos que se encuentran en un mismo *renglón* de la tabla de Mendeleev, de la izquierda a la derecha, añaden sucesivamente un electrón y un protón al átomo del elemento anterior. Y todos los elementos de una misma *columna* de la tabla periódica de Mendeleev, tienen el mismo número de electrones en la órbita más exterior del átomo y, por eso, tienen características químicas muy parecidas, por tener la misma facilidad de unirse a otros elementos. Por ejemplo, los elementos en la primera columna, tienen un solo electrón en la órbita más exterior, a saber, litio (2+1), sodio (2+8+1), potasio (2+8+8+1), rubidio (2+8+8+18+1), cesio (2+8+8+18+18+1) y francio (2+8+8+18+18+32+1) y tienen la misma disposición química de unirse a elementos con los que pueden compartir su electrón ‘sobrante’. Asimismo, todos los elementos de la penúltima columna de la tabla de Mendeleev casi completan el número máximo de electrones en su órbita exterior, les falta nada más uno, a saber, fluor (2+7), cloro (2+8+7), bromo (2+8+8+17), yodo (2+8+8+18+17) y astato (2+8+8+18+18+31).

Por esta razón, los átomos de los elementos de la primera columna tienden a formar moléculas muy estables con átomos de elementos de la penúltima columna. Por ejemplo, el litio y el fluor, de la columna 1 y 31 del renglón II de la tabla, respectivamente, tienen mucha afinidad, por la facilidad con que el litio cede su electrón ‘sobrante’ al fluor, al que le ‘falta’ uno y de esta manera, los dos iones de litio y fluor forman la molécula estable de fluoruro de litio. La vital importancia del carbono ${}^6C^{12}$ en la construcción de moléculas de organismos vivos, como una especie de piedra angular, se debe al hecho de que tiene dos electrones en la órbita I y cuatro en la órbita II, de modo que puede compartir cuatro electrones con otros átomos para completar el número máximo de ocho de la segunda órbita, como en el caso de la glucosa:

²¹⁵ Trudy & James McKee, *Biochemistry* (2003): 66

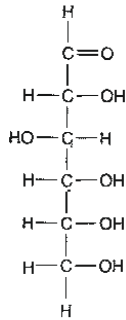


IMAGEN. LA CAPACIDAD DE UN ÁTOMO DE CARBONO DE UNIRSE A CUATRO ÁTOMOS: LA GLUCOSA

Este pequeña incursión en la química inorgánica y la tabla de Mendeleev, nos ha desviado un poco del análisis del modelo del átomo de Bohr, al cual ahora regresamos. Vimos que Bohr concibió al átomo como un mini-sistema solar, con un núcleo en el centro y electrones girando a su alrededor. Si bien es cierto que en átomos más pesados, las cosas se complican, esto no quita que hay algo análogo en los dos sistemas, como se puede ver en el caso simple de *un átomo de hidrógeno (un protón y un electrón)*.

CUADRO MATEMÁTICO 10.2 CÓMO CALCULAR LA ENERGÍA DE UN ELECTRÓN USANDO EL MODELO DEL ÁTOMO DE BOHR

Procedemos a calcular la energía del electrón. *En el siguiente cálculo usamos, en parte, las mismas leyes y, en parte, leyes análogas a las que se usan para calcular la masa de un planeta que gira alrededor del Sol.* Partimos de cuatro leyes que rigen los acontecimientos a nivel atómico, y de cuatro constantes. Las cuatro constantes son:

i) masa del electrón: $9.11 \cdot 10^{-28} \text{ g}$

ii) carga del electrón: $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

iii) permisividad del vacío: $\epsilon_0 = 8.85(10^{-12}) \text{ N}^{-1} \text{ m}^{-2} \text{ C}^2 = 8.85(10^{-21}) \text{ g}^{-1} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^2 \text{ C}^2$

iv) constante de Planck: $h = 6.6256(10^{-27}) \text{ g cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ y $\hbar = h/2\pi$

y las cuatro leyes son:

v) Ley de Coulomb: $F_{pe} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{e^2}{r_e^2}$

vi) Segunda ley de Newton: $F_{pe} = m_e a_e$

vii) Aceleración centrípeta de una partícula con órbita circular: $a = v^2/r$

viii) En el Apéndice V, sección 4, ecuación XII, comprobamos que la longitud de onda de una partícula (fotón o electrón) es $\lambda = h/p$, en donde h es la constante de Planck y p el momento de la partícula.

De estas ecuaciones y definiciones se derivan el radio de Bohr y la energía del electrón. Según Bohr, un electrón en órbita alrededor de un núcleo, en un átomo, solamente puede escoger órbitas a tal distancia r del núcleo, que la circunferencia $2\pi \cdot r$ sea un múltiplo entero de la longitud de onda del electrón, así que,

tomando en cuenta la ecuación (VIII), obtenemos $2\pi * r = n * \lambda = n \frac{h}{p} = n \frac{h}{mv} \Rightarrow r = n \frac{h}{mv} \Rightarrow mvr = n\hbar$, en donde n es el número cuántico principal ($n = 1, 2, 3, \dots$) y \hbar la constante de Planck. Dado que, por definición, el momento angular L_e del electrón con masa m_e que gira con una velocidad v_e en una órbita circular alrededor del núcleo del átomo, a una distancia r_e equivale $L_e = m_e v_e r_e$, se sigue que

$$\text{IX) } L_e = m_e v_e r_e = n\hbar = nh/2\pi \quad (\text{dimensión: } gcm^2s^{-1}).$$

De (v), (VI) & (VII) se deduce que:

$$\text{X) } \frac{m_e v_e^2}{r_e} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_e^2}$$

y de (IX) y (X) se obtienen *la velocidad del electrón* y también *el radio de Bohr*:

$$\text{XI) } v_{e1} = \frac{e^2}{2\epsilon_0 nh}; \text{ y para } n = 1: v_{e1} = \frac{e^2}{2\epsilon_0 h}$$

$$\text{XII) } r_n = \frac{\epsilon_0 n^2 h^2}{\pi(m_e e^2)}, \text{ que representa las órbitas preferidas del electrón; si } n = 1, \text{ se sigue que}$$

$$a_0 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} = 52.9 * 10^{-12} m = 53 pm = 0.53 \text{ \AA} \quad (\text{compara con } a_0 \text{ en el Apéndice IX}).$$

Ahora bien, en un átomo de hidrógeno, *la energía del electrón* es, por definición, la suma de la energía cinética y la energía de atracción electromagnética entre protón y electrón, de modo que por la ecuación (X), obtenemos:

$$\text{XIII) } E_n = K + U = K - F_{pe} r_n = \frac{1}{2} m_e v_{e1}^2 - \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r_n}$$

y sustituyendo (XI) y (XII) en (XIII), obtenemos:

$$\text{XIV) } E_n = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -\frac{m_e e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 h^2} \frac{1}{n^2} = -C \frac{1}{n^2}; \text{ y para } n=1,$$

$$\text{XV) } E_0 = -\frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = -\frac{m_e e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 h^2} = -C, \text{ en donde } C \text{ es una constante}$$

Sustituyendo en (XV) los valores de las constantes (I), (II), (III) & (IV), obtenemos:

$$\begin{aligned} \text{XVI) } E_0 &= -\frac{(9.11 * 10^{-28} g)(6.5536 * 10^{-76} C^4)}{8(78.3225 * 10^{-42} g^{-2} cm^{-6} s^4 C^4)(43.9569 * 10^{-54} g^2 cm^4 s^{-2})} = \\ &= -2.167 * 10^{-11} gcm^2 s^{-2} = -2.167 * 10^{-11} erg = -2.167 * 10^{-18} J = -13.598 eV \end{aligned}$$

Para calcular la energía requerida para llevar un electrón de una órbita más interior a una más exterior, o vice-versa, para calcular la energía que se libera cuando el electrón regresa a una órbita más interior, podemos sustituir la ecuación (XIII) en la (2) del cuadro 10.1:

$$(2) \Delta E = h\nu = E_{n_2} - E_{n_1}$$

$$(3) \Delta E = h\nu = E_{n_2} - E_{n_1} = C \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

Con esta ecuación podemos explicar el significado físico de la constante de Rydberg en la ecuación de Balmer, que vimos en la sección 9 y que ni Balmer ni Rydberg podían explicar:

$$(4) \Delta E = h\nu \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{c} = \frac{C}{hc} \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) = R \left(\frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$$\text{en donde } R = \frac{C}{hc} \text{ y } C = \frac{m_e e^4}{8\epsilon_0^2 h^2} = \frac{m_e e^4}{32\pi^2 \epsilon_0^2 \hbar^2}.$$

El valor de C en las ecuaciones (3) y (4) del cuadro anterior, corresponde al valor observado de la energía de un electrón en un átomo de hidrógeno en su *ground state* (estado o órbita normal). Recuerde el lector, que, cuando el electrón aumenta su nivel de energía, al absorber la energía de un solo fotón, pasa a otra órbita más exterior, y, en seguida, regresa a su nivel ‘acostumbrado’, emitiendo un fotón. Esta variación del nivel de energía del electrón en el átomo es la base de la espectrometría, el instrumento principal de la cosmología a partir del siglo xx.

Sección 10.2. Funciones de probabilidad en forma de onda asociadas a partículas

La mecánica cuántica empezó cuando el modelo del átomo, concebido a partir de la propuesta de Rutherford como un núcleo de protones y neutrones alrededor del cual giran electrones en órbitas fijas, despertó la búsqueda de una explicación de estas *órbitas preferidas*, llamadas así por Niels Bohr, y la consecuente estabilidad del átomo. Como vimos en la sección 10.1, el modelo del átomo de Rutherford y Bohr era una especie de mini-sistema solar, sujeto a las leyes de la mecánica newtoniana. Pero, esta visión no era del todo correcta. La búsqueda de una solución avanzó mucho en los años de 1924-26, después de la tesis de 1923-24 de Louis, Duque de Broglie (1892-1987), físico francés y Premio Nóbel de 1929, en la cual éste *aplicaba a los electrones la doble idea revolucionaria de Einstein* (de 1905) *sobre los fotones*:

- 1) en primer lugar, de que la luz no es continua, sino consiste de quanta de luz, de modo que el campo “se distribuye discontinuamente en el espacio” y “consiste de un número finito de quanta de energía que están localizados en puntos del espacio, moviéndose sin dividirse y pueden ser absorbidas o generadas solamente en su totalidad”;²¹⁶
- 2) en segundo lugar, que la entropía de un sistema de radiación monocromática en una caja con paredes reflectantes —entropía que no cambia si le aplicamos a la radiación una compresión adiabática—, “es una función de probabilidad del estado del sistema,” tratándose del mismo tipo de “probabilidad estadística” que Boltzmann usó para explicar la entropía de un gas.²¹⁷

²¹⁶ Albert Einstein, “On a heuristic point of view concerning the production and transformation of light”, en: *Annalen der Physik* vol. 17 (1905), y en *The Collected Works of Albert Einstein*, vol. 2 (1989): 86-103

²¹⁷ Albert Einstein, “On a heuristic point of view concerning the production and transformation of light”, en: *Annalen der Physik* vol. 17 (1905), y en *The Collected Works of Albert Einstein*, vol. 2 (1989): 94

En síntesis, Einstein aplicó, en este artículo revolucionario, el concepto boltzmanniano de “la probabilidad del estado de un sistema”²¹⁸ a la radiación electromagnética, concibiéndola como un sistema de partículas, a las cuales están asociadas ondas, es decir, funciones de probabilidad (que gráficamente tienen la forma de ondas). Antes analicé esta representación gráfica en el caso de la radiación de un cuerpo negro (véase el final de la Sección 9). En el nuevo modelo de la mecánica cuántica, De Broglie abandonó el modelo newtoniano de Bohr y concibió las órbitas de los electrones en un átomo como probabilidades de encontrar el electrón a cierta distancia del núcleo. En consecuencia, el radio a_0 de la ecuación (XII) de la sección 10.1, “de acuerdo con la teoría de Bohr, era un radio inmutable, pero en mecánica cuántica es simplemente el ‘radio más probable’, en el que se puede encontrar el electrón.”²¹⁹ Para cada una de las diferentes combinaciones de n , l y m que vimos en la sección 10.1 existe una función de valor propio o eigen-función, de modo que cada orbital se representa por una función diferente (véase el siguiente cuadro matemático).

CUADRO MATEMÁTICO 10.3 LAS EIGEN-FUNCIONES DE ONDA DE LOS ELECTRONES

Estas funciones, en un sistema de coordenadas polares esféricas, dependen del radio r (la distancia del núcleo), y de los ángulos φ y θ . Se trata de una función en tres partes, a saber, $\psi(r, \varphi, \theta)$. Veamos ahora solamente la parte de la dependencia de r :²²⁰

$$(5) \text{ orbital } 1s \Rightarrow n = 1, l = 0, m = 0 \Rightarrow \psi(r) = 2 \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} e^{-Z(r/a_0)}$$

$$(6) \text{ orbital } 2s \Rightarrow n = 2, l = 0, m = 0 \Rightarrow \psi(r) = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right) \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} \left(2 - \frac{Zr}{a_0} \right) e^{-Z(r/2a_0)}$$

$$(7) \text{ orbital } 2p \Rightarrow n = 2, l = 1, m = 0 \Rightarrow \psi(r) = \left(\frac{1}{2\sqrt{6}} \right) \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} \left(\frac{Zr}{a_0} \right) e^{-Z(r/2a_0)}$$

En el caso de hidrógeno, $Z = 1$, $r_n = \frac{\epsilon_0 n^2 h^2}{\pi m_e e^2}$ y $a_0 = \frac{\epsilon_0 h^2}{\pi m_e e^2} = 5.29 * 10^{-11} m$. Ahora bien, si llevamos

el resultado de estas funciones de onda $\psi(r)$ al cuadrado, encontramos la probabilidad P de encontrar al electrón en un punto a cierta distancia r del núcleo.

$$(8) \text{ orbital } 2s \Rightarrow n = 2, l = 0, m = 0 \Rightarrow \psi(r) = \left(\frac{1}{2\sqrt{2}} \right) \left(\frac{Z}{a_0} \right)^{3/2} \left(2 - \frac{Zr}{a_0} \right) e^{-Z(r/2a_0)}$$

$$(9) P_{\text{punto}} = [\psi(r)]^2$$

Si multiplicamos esta probabilidad con la superficie de la esfera orbital $4\pi r^2$, obtenemos la probabilidad de encontrar al electrón en una órbita:

$$(10) P_{\text{órbita}} = (4\pi r^2) * [\psi(r)]^2$$

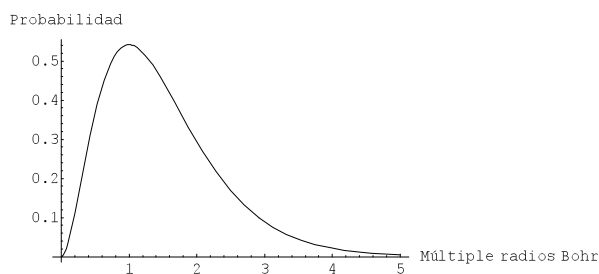
²¹⁸ Albert Einstein, “On a heuristic point of view concerning the production and transformation of light”, en: *Annalen der Physik* vol. 17 (1905), y en *The Collected Works of Albert Einstein*, vol. 2 (1989): 94

²¹⁹ James Huheey & Ellen y Richard Keiter, *Química inorgánica* (1993): 11

²²⁰ James Huheey & Ellen y Richard Keiter, “Estructura del átomo”, en: *Química inorgánica* (1993): 10-48

En esta visión, el electrón es una partícula a la que está asociada una función de onda. *La palabra 'onda' en la expresión 'función de onda' no significa que el electrón tenga una trayectoria ondulatoria, ni que tenga una característica física de una ola, sino que la gráfica de la función de probabilidad de encontrar al electrón en un punto o una órbita esférica, a cierta distancia del núcleo, tiene una forma ondulatoria.* “La función proporciona la probabilidad de encontrar al electrón en una capa esférica de espesor dr a una distancia r del núcleo.”²²¹ A continuación graficamos las funciones de probabilidad radial de encontrar el electrón en cierta órbita del átomo de hidrógeno, a saber, $n = 1$, $n = 2$ ó $n = 3$. Con el programa *Mathematica* de Wolfram, podemos graficar estas funciones de probabilidad. Veamos, por ejemplo, la función de probabilidad (7), basada en la función de onda (5). La diferencia con la gráfica presentada por Huheey²²² es que éste no normaliza la función para que $0 \leq p(\psi) \leq 1$.

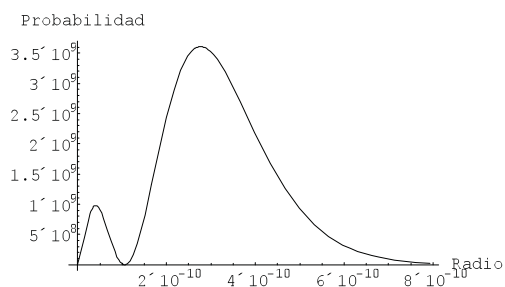
GRÁFICA. FUNCIÓN DE PROBABILIDAD RADIAL PARA EL ÁTOMO DE HIDRÓGENO ($n=1$, $l=0$, $m=0$)



Explicación: el área bajo la curva representa la probabilidad (en total $P=1$). El eje vertical, en realidad, representa la probabilidad dividida entre el radio como múltiple de radios Bohr.

Ahora representamos gráficamente la ecuación (7) basada en la ecuación (6), con $n = 2$, $l = 0$, $m = 0$.

GRÁFICA. FUNCIÓN DE PROBABILIDAD RADIAL PARA EL ÁTOMO DE HIDRÓGENO EXCITADO ($n=2$, $l=0$, $m=0$)



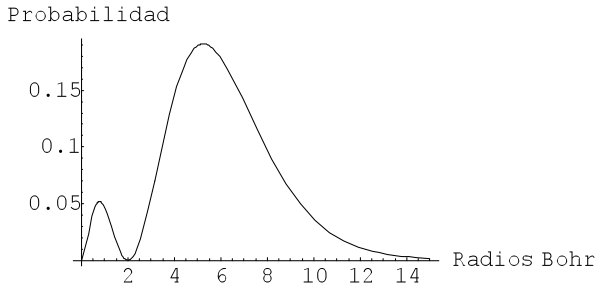
Explicación: el área bajo la curva representa la probabilidad (en total $P=1$). El eje vertical, en realidad, representa la probabilidad dividida entre el radio en metros.

²²¹ James Huheey & Ellen y Richard Keiter, “Estructura del átomo”, en: *Química inorgánica* (1993): 14

²²² James Huheey & Ellen y Richard Keiter, “Estructura del átomo”, en: *Química inorgánica* (1993): 14

Fíjese el lector que la gráfica tiene la forma de una doble ola. Esto no significa que el electrón se mueva ondulatoriamente, ni tampoco que el electrón sea a la vez una partícula y una onda. El electrón es una partícula, pero su conducta, en determinado contexto (en este caso el átomo de hidrógeno) obedece a una función de probabilidad en forma de onda. El área bajo la curva (la integral de la función de probabilidad) representa la probabilidad (el área total es $P = 1$) de encontrar el electrón a determinada distancia del núcleo. Veamos ahora la misma gráfica, pero normalizada con la distancia en múltiplos de radios Bohr.

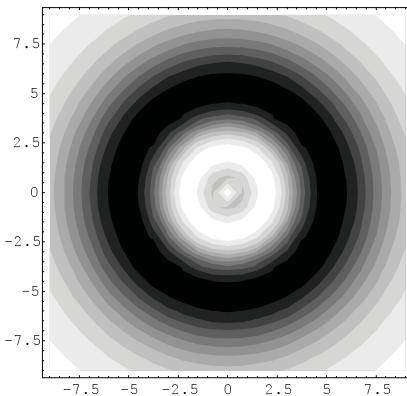
GRÁFICA. FUNCIÓN DE PROBABILIDAD RADIAL PARA EL ÁTOMO DE HIDRÓGENO ($n=2, l=0, m=0$)



Explicación: el área bajo la curva representa la probabilidad (en total $P=1$). El eje vertical, en realidad, representa la probabilidad dividida entre el radio como múltiplo de radios Bohr

Otra manera de representar exactamente la misma cosa, sería un círculo cuyas áreas blancas representan la probabilidad cero de encontrar allí el electrón, y las áreas oscuras una cierta probabilidad, de tal manera que mientras más oscura la banda, mayor esta probabilidad. El hecho de que se pueda encontrar la probabilidad de que un electrón se encuentre a cierta distancia del núcleo por medio de una gráfica con forma ondulatoria o por una imagen con círculos concéntricos, no significa que una trayectoria ondulatoria o una estructura de cebolla sean rasgos físicos del electrón. Lamentablemente, no pocas personas se confundan y saquen esta conclusión.

IMAGEN. EL ÁTOMO DE HIDRÓGENO EXCITADO ($n=2, l=0, m=0$) ²²³



Explicación: Las áreas blancas representan una probabilidad cero de encontrar allí el electrón. Mientras más oscura una banda, mayor la probabilidad de encontrar allí el electrón.

²²³ Elaborada con base en las ecuaciones (7) y (6), con el programa *Mathematica* de Wolfram.

En el apéndice XI, demuestro que la famosa ecuación de onda de Schrödinger se puede derivar, matemáticamente, de una simple función senoidal o cosenoidal, y *no representa ninguna realidad física*. Sin embargo, el cuadrado de esta función nos da *una función de probabilidad que sí tiene significado físico*. Por lo tanto, no es que electrones y fotones sean a veces partículas y a veces ondas. Siempre son *partículas* (con y sin masa, respectivamente), *a las cuales están asociadas, en determinado contexto físico* —por ejemplo el átomo de hidrógeno—, *determinadas funciones de probabilidad en forma de ‘ondas’ que determinan su conducta en cierto contexto* —por ejemplo, el átomo—. Al respecto existe en los libros de texto y en la concepción de algunas personas una lamentable confusión, iniciada por la escuela de Copenhague, al afirmar erróneamente que ‘electrones y fotones son a la vez partículas y ondas’.

A continuación analizaré dos experimentos con electrones y fotones, que ejemplifican en qué consiste esta función de probabilidad derivada de una función de *‘onda asociada a una partícula’*. En el primer experimento, luz es reflejada parcialmente por un vidrio (Sección 10.3) y en el segundo experimento, fotones o electrones pasan por dos rendijas muy estrechas (Sección 11). En la interpretación de estos experimentos, Einstein, Popper y Feynman difieren radicalmente de Bohr y Heisenberg, entre otros. La diferencia en estas interpretaciones tiene implicaciones físicas y metafísicas importantes, las últimas relacionadas con principios básicos de la filosofía de la ciencia.²²⁴ Pero, antes de explicar la diferencia en estas interpretaciones, y sus implicaciones metafísicas, hemos primero de analizar más de cerca estos dos experimentos.

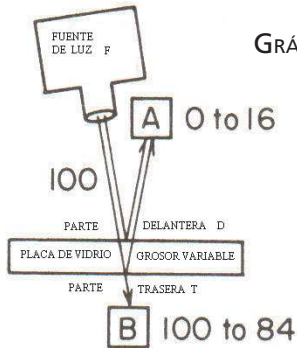
Sección 10.3. La reflexión de la luz por una lámina de vidrio

Veamos el primer experimento. Se hace pasar luz monocromática, que sale de una fuente de luz F, sobre una placa de vidrio de grosor variable. La mayor parte de los fotones lo atravesará para llegar a B y una parte menor será reflejada para llegar a A. Si se varía el grosor del vidrio, la proporción de fotones que es reflejada, varía de 0% a 16%. Para explicar el experimento en forma simplificada, prescindo de la interacción de los electrones y fotones dentro del vidrio —se retomará este punto más adelante—, representando el fenómeno de la reflexión parcial, como si solamente la superficie delantera D y la superficie trasera T de la placa de vidrio reflejan algunos fotones. Si bien esta representación de los hechos no concuerda con lo que realmente pasa en la interacción de los fotones con los electrones del vidrio, da resultados más o menos correctos. Más adelante se interpretará el experimento con más precisión desde el punto de vista de la absorción y emisión de fotones por electrones dentro del vidrio.

En este experimento se usa un *foto-amplificador (photomultiplier)* en el punto A, *instrumento capaz de contar fotones, uno por uno*. El aparato funciona así: un fotón choca con un electrón en una placa de metal, y lo separa de la placa; este electrón choca con otra placa, con carga positiva, y libera allí tres o cuatro electrones; cada uno de éstos chocan con otra placa y liberan tres o cuatro electrones, cada uno, y así sucesivamente, hasta producir en la última placa una corriente que luego se amplifica para producir un ‘clic’ audible. Un solo fotón, entonces, produce un solo clic claramente distinguible de otros clics y así se pueden contar fotones. El foto-amplificador en el punto A cuenta los fotones que

²²⁴ Se analizarán en la Sección 23 de la parte II de este libro

son reflejados por el vidrio. Así podemos saber qué porcentaje de los fotones, que salen de una fuente, atraviesan esta ventana de vidrio —resulta ser del 100 al 84%— y qué porcentaje de ellos es reflejado —del 0 al 16%—. La cantidad de luz reflejada es variable según el grosor del vidrio. Nos imaginamos que algunos fotones son reflejados por la superficie delantera D de la ventana y otros, por la superficie trasera T.



GRÁFICA. LUZ REFLEJADA POR UNA PLACA DE VIDRIO ²²⁵

Consta por la observación empírica que la variación del grosor de la placa de vidrio, equivalente a la distancia entre las superficies delantera D y trasera T, genera la variación del porcentaje de fotones reflejados que son captados por el amplificador en A, de 0% a 16%. Veamos primero el viaje FDA. Para viajar de la fuente de luz F hasta la superficie delantera D y de la superficie delantera D hasta el amplificador de fotones A, los fotones tardan un rato (viajando con la velocidad de la luz). Podemos imaginarnos el fotón como una pequeña flecha, la cual, mientras va avanzando, da vueltas sobre sí misma. Ondas electromagnéticas con frecuencias más altas dan más vueltas por determinada distancia recorrida. Por ejemplo, para la luz roja se trata de unos 36,000 vueltas por pulgada ($\approx 2.54 \text{ cm}$), para la luz azul casi el doble. Cuando el fotón haya terminado su viaje FDA, la flecha imaginaria tiene una posición, por ejemplo, un ángulo de 30° con respecto a su posición original, cuando salió de la fuente. Existe, por lo tanto, una correlación directa entre la posición final de la flecha al llegar a A (el ángulo final) y la duración del viaje. Solamente el 4% de los fotones hace el viaje FDA, porque solamente el 4% es reflejado por la superficie delantera D. Definimos la magnitud x de la flecha imaginaria como la magnitud de la ‘amplitud de probabilidad’ λ , la cual es equivalente a la raíz de la probabilidad P del evento —mejor dicho la probabilidad es el cuadrado de la magnitud de la amplitud del evento—, de modo que en ese caso, $x = \sqrt{0.04} = 0.2$.

Veamos el viaje FTA, es decir, el evento de que los fotones no son reflejados por la superficie delantera D, pero sí por la superficie trasera T. También en este viaje, la flecha da vueltas, pero, empieza en una posición con dirección contraria a la del viaje FDA, dado que salió más tarde de la fuente de luz F, es decir con una diferencia entre los dos ángulos iniciales de 180° . Caso 1: si la placa de vidrio es muy delgada —unas cuantas capas de moléculas—, el viaje FTA dura el mismo tiempo que el viaje FDA, de modo que el ángulo final de la flecha de los fotones en el viaje FTA, con respecto a la flecha de los fotones del viaje FDA es $30^\circ + 180^\circ = 210^\circ$. Caso 2: si la placa tiene un poco más de grosor, el viaje FTA dura un poco más que el viaje FDA, por ejemplo, media vuelta

²²⁵ Adaptada de: Richard Feynman, *QED. The Strange Theory of Light and Matter* (2006):20

(=90°) más de la flecha, de modo que su ángulo final, comparado con el ángulo final del viaje FDA, es $30^\circ + 180^\circ + 90^\circ = 300^\circ$. Caso 3: si hacemos la placa todavía más gruesa, con un grosor de cinco millonésimos de una pulgada, la flecha termina en una posición de media vuelta (=90°) adicional, con un ángulo de $390^\circ = 30^\circ + 360^\circ = 30^\circ$. La proporción de fotones reflejada en la superficie trasera es la misma que en la superficie delantera, de modo que la magnitud de la flecha es la misma en ambos casos, $y = x = 0.2$.

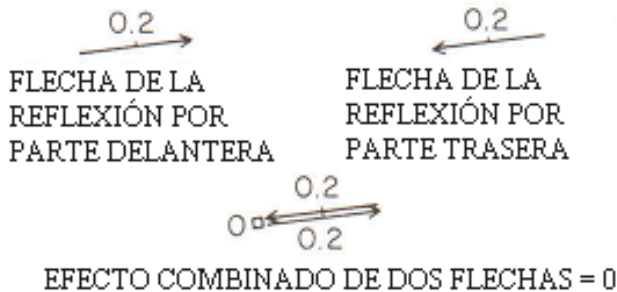
Cada *amplitud* de cada uno de los cuatro viajes (un viaje FDA y tres viajes FTA) de fotones tiene, entonces, *una magnitud y un ángulo*, como se puede apreciar en el siguiente cuadro matemático.

CUADRO MATEMÁTICO 10.4 MAGNITUD Y ÁNGULO DE LA AMPLITUD EN CADA VIAJE DEL FOTÓN

- a. amplitud λ , evento de reflexión en el viaje FDA: magnitud $x_{FDA} = 0.2$, ángulo $\theta = 30^\circ$
- b. amplitud λ , evento viaje FTA con vidrio delgado: magnitud $y_{FTA} = 0.2$, ángulo $\theta = 210^\circ$
- c. amplitud λ , evento viaje FTA con vidrio mediano: magnitud $y_{FTA} = 0.2$, ángulo $\theta = 300^\circ$
- d. amplitud λ , evento viaje FTA con vidrio grueso: magnitud $y_{FTA} = 0.2$, ángulo $\theta = 30^\circ$

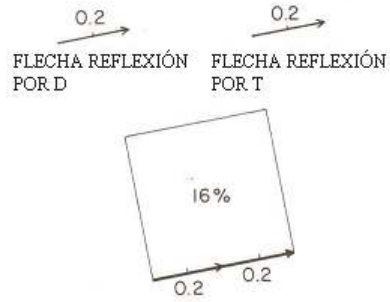
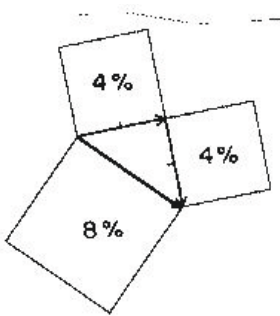
Ahora vamos a jugar un poco con las flechas. Primero damos a las flechas en las trayectorias FDA y FTA una longitud equivalente a la magnitud de la amplitud de probabilidad, es decir 0.2 en ambos casos. Luego juntamos las flechas delanteras y traseras finales de tal manera, que la cola de la flecha FTA se conecta con el punto de la flecha FDA. Por fin trazamos una tercera flecha que suma las dos primeras, de modo que ésta va de la cola de la flecha FDA hasta la punta de la flecha FTA, sin cambiar el ángulo de las dos flechas. La nueva flecha tiene su propia magnitud y su propio ángulo. Tenemos tres resultados diferentes para los tres tipos de grosor de la capa de vidrio, que se reproducen a continuación gráficamente:

GRÁFICA. CASO 1=A+B: MAGNITUD 0, PROBABILIDAD 0% ²²⁶



²²⁶ Richard Feynman, *QED. The Strange Theory of Light and Matter* (2006): 31

GRÁFICA. CASO 2=a+c: MAGNITUD $\sqrt{0.08}$,
PROBABILIDAD 8%²²⁷



GRÁFICA. CASO 3=a+d: MAGNITUD 0.4 ,
PROBABILIDAD 16%²²⁸

Se puede observar, entonces, que el grosor de la capa de vidrio influye decisivamente en el ángulo final de la segunda flecha, y que la diferencia entre los ángulos finales de la primera y segunda flecha es decisiva para determinar la magnitud de la tercera flecha que resulta de juntar (=sumar) las flechas FDP y FTP. Con los métodos modernos podemos seguir variando el grosor del vidrio, hasta 100 millones de veces, para llegar a un grosor de la capa de vidrio de 50 metros, e invariablemente, aún en el caso de capas tan gruesas, la cantidad de fotones reflejados oscila entre un mínimo de $(0)^2 = 0\%$ y un máximo de $(0.4)^2 = 16\%$, con un promedio de $(\sqrt{0.08}) = 8\%$. Calculamos la amplitud de probabilidad del evento con métodos matemáticos sencillos, tomando en cuenta solamente las dos rutas analizadas, a saber FDP y FTP.

CUADRO MATEMÁTICO 10.5 LA AMPLITUD DE LOS VIAJES DE LOS FOTONES DE LA FUENTE DE LUZ, POR LA PLACA DE VIDRIO, AL FOTO-AMPLIFICADOR

En el siguiente cuadro, la amplitud acumulada de los dos fotones con las trayectorias FDA y FTA es $\lambda = \sqrt{x^2 + y^2 + 2xy \cos(\varphi - \theta)}$ (la quinta columna del cuadro):

| Magnitud amplitud x viaje FDA | Magnitud amplitud y viaje FTA | Diferencia ángulos $\varphi - \theta$ | Coseno de la diferencia $\cos(\varphi - \theta)$ | Magnitud amplitud λ , suma de x y y | Probabilidad del evento $P = \lambda ^2$ |
|---------------------------------|---------------------------------|---------------------------------------|--|---|---|
| 0.2 | 0.2 | 0° | 1 | 0.4 | 16 % |
| 0.2 | 0.2 | -30° | 0.866 | 0.38637 | 14.9 % |
| 0.2 | 0.2 | -60° | 0.5 | 0.34641 | 12 % |
| 0.2 | 0.2 | -90° | 0 | 0.28284 | 8 % |
| 0.2 | 0.2 | -120° | -0.5 | 0.2 | 4 % |

²²⁷ Adaptada de: Richard Feynman, *QED. The Strange Theory of Light and Matter* (2006): 32

²²⁸ Adaptada de: Richard Feynman, *QED. The Strange Theory of Light and Matter* (2006): 30

| Magnitud amplitud x viaje FDA | Magnitud amplitud y viaje FTA | Diferencia ángulos $\phi - \theta$ | Coseno de la diferencia $\text{Cos}(\phi - \theta)$ | Magnitud amplitud λ , suma de x y y | Probabilidad del evento $P = \lambda ^2$ |
|---------------------------------|---------------------------------|------------------------------------|---|---|---|
| 0.2 | 0.2 | -150° | -0.866 | 0.10353 | 1.1 % |
| 0.2 | 0.2 | -180° | -1 | 0 | 0 % |
| 0.2 | 0.2 | -210° | -0.866 | 0.10353 | 1.1 % |
| 0.2 | 0.2 | -240° | -0.5 | 0.2 | 4 % |
| 0.2 | 0.2 | -270° | 0 | 0.28284 | 8 % |
| 0.2 | 0.2 | -300° | 0.5 | 0.34641 | 12 % |
| 0.2 | 0.2 | -330° | 0.866 | 0.38637 | 14.9 % |
| 0.2 | 0.2 | -360° | 1 | 0.4 | 16 % |
| 0.2 | 0.2 | 30° | 0.866 | 0.38637 | 14.9 % |

GRÁFICA. LA CANTIDAD DE LUZ REFLEJADA ES UNA FUNCIÓN DEL GROSOR DEL VIDRIO:
LA REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE ESTE FENÓMENO PARECE UNA 'ONDA'²²⁹



Las flechas imaginarias de los fotones de la luz azul 'giran' casi dos veces más rápidamente que las de la luz roja. Por lo tanto, si permitimos que salgan luz roja y luz azul de la fuente, la mezcla de los fotones reflejados que llegan a A es variable: a veces pura luz roja, a veces pura luz azul, a veces ninguna de las dos, a veces una mezcla variable de las dos (que nuestro ojo ve como variaciones de violeta, a veces más cargado del lado rojo y a veces más del lado azul). Decimos que la luz roja y la luz azul tienen diferentes longitudes de onda.

Hasta aquí hicimos un análisis simplificado del fenómeno de la reflexión de la luz por una placa de vidrio. Fue necesario proceder así, para que el lector se introduzca en la electrodinámica cuántica gradualmente. *A continuación, afinaré progresivamente el análisis. En primer lugar, dividiré tanto el viaje FDA como el viaje FTA en tres pasos, calculando la probabilidad de cada paso. Luego multiplicamos las probabilidades de cada paso para obtener la probabilidad total, así como la probabilidad de que tiremos dos veces tres, en un lanzamiento con dos dados es $(1/6) * (1/6) = (1/36)$. Los tres pasos del evento FDA son: a) el evento FD, a saber, el viaje que hace el fotón de la fuente*

²²⁹ Adaptada de: Richard Feynman, *QED. The Strange Theory of Light and Matter* (2006):22

a la superficie delantera del vidrio; b) el evento en D, a saber, la reflexión en la superficie delantera; c) el evento DA, a saber, el viaje del fotón de la superficie delantera al detector de fotones. La probabilidad del evento de que un fotón que sale de F llegue a D es $P = 1$; la probabilidad de la reflexión en la superficie D es $P = 0.04$; y la probabilidad del evento de que un fotón, que ha sido reflectado en D, llegue a A es $P = 1$. Para obtener la probabilidad del evento completo FDA, hemos de multiplicar las probabilidades de las tres partes del evento, de modo que $P_{FDA} = 1 * 0.04 * 1 = 4\%$, tal como habíamos dicho en la primera explicación simplificada del experimento.

El evento FTA es más complicado que FDA y se divide en siete pasos: a) el evento FD, a saber, el viaje del fotón de F a D; b) el evento de que el fotón *no* sea reflejado en D; c) el evento DT, a saber, el viaje del fotón de la superficie delantera a la superficie trasera del vidrio; d) el evento de que el fotón *sí* sea reflejado en T; e) el evento TD, a saber el viaje del fotón de T a D; f) el evento de que el fotón *NO* sea reflejado en D; y g) el evento DA, a saber el viaje del fotón de D a A. Las probabilidades de estos siete pasos son, respectivamente: a) $\lambda = 1 \rightarrow P = 1$; b) $\lambda = 0.9798 \rightarrow P = 0.96$; c) $\lambda = 1 \rightarrow P = 1$; d) $\lambda = 0.2 \rightarrow P = 0.04$; e) $\lambda = 1 \rightarrow P = 1$; f) $\lambda = 0.9798 \rightarrow P = 0.96$; y g) $\lambda = 1 \rightarrow P = 1$. La probabilidad total del evento FTA es $\lambda = 0.192 \rightarrow P = 0.036864$. Constatamos que la estimación que hicimos en la primera explicación simplificada era una aproximación bastante cruda. Dijimos que el evento FTA tiene una probabilidad de $P = 4\%$, cuando realmente es un poco menos, a saber, aproximadamente $P = 3.6864\%$.

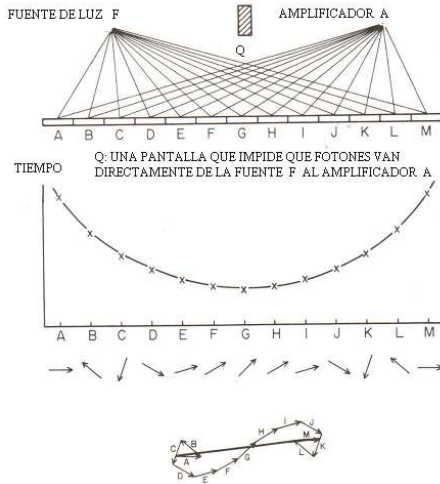
Del análisis anterior desprendemos que la regla para dividir el evento de una trayectoria posible en sus pasos respectivos, y luego calcular la amplitud de probabilidad total del evento, requiere la *multiplicación de las amplitudes* de cada paso. Este procedimiento es más sencillo que el de *sumar amplitudes* de dos o varias rutas alternativas, necesario para calcular la amplitud resultante y la probabilidad resultante de estas rutas, como vimos en el cuadro matemático 10.5.

A continuación, haremos *una segunda afinación del análisis*. Hasta aquí hicimos el supuesto de que solamente existe una sola ruta del fotón reflejado, a saber, la ruta FDA y la ruta FTA. Este supuesto implicaba que el ángulo de la ruta FD (o FT) del fotón y el ángulo de la ruta DA (o TA) suman 180° . Ahora vamos a abandonar el supuesto de que el fotón se comporta como una bolita que rebota en la superficie delantera o trasera de la placa de vidrio, porque, en realidad, el fotón puede tomar un número virtualmente infinito de rutas, y hemos de tomar en cuenta la probabilidad de cada una de estas múltiples rutas, lo que, obviamente, complica el cálculo de la probabilidad del evento total. Veamos.

Nos concentramos en el aspecto de todas las posibles rutas que pueda tomar un fotón para llegar de F a A. Ahora no nos interesa el grosor variable de la capa de vidrio, sino las diferentes maneras que existen para el fotón sea reflejado en la superficie delantera D. Suponemos que se trata de la superficie de un espejo y el 100% de los fotones es reflejado. En la explicación antes dada supusimos que el fotón toma la ruta más corta, en la cual el ángulo de incidencia y el ángulo de reflexión son idénticos. En realidad, *las rutas con ángulos de incidencia e reflexión desiguales son igualmente probables*. El fotón puede ser reflejado, entonces, en los puntos A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L o M. Cada una de estas rutas es igualmente probable, de modo que todas las flechas tienen la misma magnitud. Pero, el ángulo de las flechas, al llegar al amplificador de fotones A, es variable, porque algunos viajes duran más tiempo que otros, dando oportunidad a la flecha de girar algunos grados más. *Si juntamos la cola de la primera flecha con la punta de la última flecha, obtenemos la magnitud total y el ángulo*

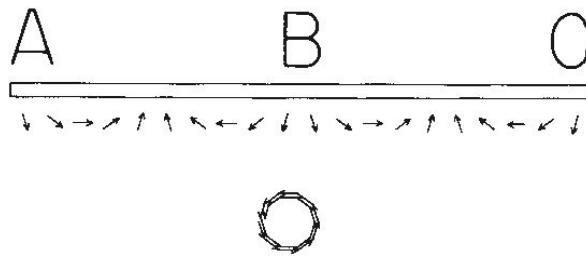
final de la amplitud de probabilidad. Podemos representar esta situación con el siguiente dibujo de Feynman:

GRÁFICA. LAS AMPLITUDES DIFERENTES DE TODAS LAS RUTAS POSIBLES DE LA LUZ ²³⁰



Es obvio que en la amplitud final no influyen las flechas A, B y C, ni K, L y M, en ambos extremos del espejo, porque en los extremos, las flechas se anulan.

GRÁFICA. LOS EVENTOS DE LA REFLEXIÓN DE LA LUZ EN LOS EXTREMOS DEL ESPEJO VISTOS EN DETALLE ²³¹



Sin embargo, las flechas de D hasta J sí contribuyen a la suma de las magnitudes de las flechas. Por lo tanto, los tiempos de los viajes de las flechas cercanas a la flecha del viaje del tiempo menor (que pasa por el punto G) son casi iguales generando una dirección casi idéntica de todas estas flechas, lo que es causa de que éstas se refuerzan y no se anulan. Por eso, podemos hacer la simplificación cruda de que la luz tome el viaje que dura menos tiempo:

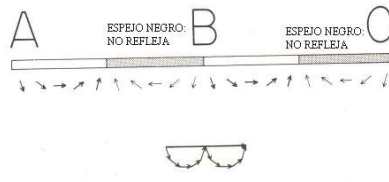
²³⁰ Adaptada de: Richard Feynman, *QED. The Strange Theory of Light and Matter* (2006): 43

²³¹ Adaptada de: Richard Feynman, *QED. The Strange Theory of Light and Matter* (2006). 46

“Donde el tiempo [del viaje] es menor, es donde el tiempo de las rutas cercanas es casi el mismo. Allí es donde las flechas apuntan todas en casi la misma dirección y suman una longitud considerable. En esta región del espejo es donde se determina la probabilidad del evento de que un fotón sea reflejado por el espejo. Por eso, podemos hacer la afirmación aproximada (que presenta una imagen cruda del mundo) como si la luz solamente viajara por la ruta donde el **tiempo** del viaje es **menor**, (...) donde el ángulo de incidencia es igual al ángulo de reflexión.”²³²

¿Es cierto que el fotón también es reflejado en los extremos del espejo? Se puede hacer un experimento, para comprobarlo. Cortamos el espejo y solamente nos quedamos con un extremo. En este lado, dividimos el espejo en pequeñas áreas de las cuales algunas reflejan la luz y otras, alternando con las primeras, no la reflejan. Esta operación se conoce como *difracción*. A diferencia de la reflexión de los fotones en un extremo no dividido en partes reflejantes y no reflejantes, ahora las flechas de las partes reflejantes sí suman y dan una magnitud de la flecha resultante mucho mayor que cero, como vemos en el siguiente dibujo de Feynman:

GRÁFICA. REFLEXIÓN DE LA LUZ EN LOS EXTREMOS DE UN ESPEJO, CON REJAS DE DIFRACCIÓN ²³³



Dado que las flechas de la luz azul giran más rápidamente que las de la luz roja, ambos colores no son reflejados en la misma dirección, sino que aterrizan en foto-amplificadores ubicados en diferentes lugares, como se puede ver en el siguiente dibujo:

GRÁFICA. REFLEXIÓN DE LUZ ROJA Y AZUL EN ESPEJO CON REJAS DE DIFRACCIÓN ²³⁴



Ha llegado el momento para abandonar el tercer supuesto de la representación simplificada de la reflexión de la luz por una capa de vidrio, arriba dada, a saber, que la luz sea reflejada en las superficies traseras y delantera nada más. En realidad, *un fotón no es como una bolita que rebota en el vidrio, sino que es absorbido por un electrón a cualquier profundidad de la capa de vidrio y, acto seguido, otro fotón es emitido por el mismo electrón*. Los diferentes fotones son enviados en diferentes direcciones, lo que

²³² Richard Feynman, *QED. The Strange Theory of Light and Matter* (2006): 44, mi traducción

²³³ Adaptada de: Richard Feynman, *QED. The Strange Theory of Light and Matter* (2006): 47

²³⁴ Adaptada de: Richard Feynman, *QED. The Strange Theory of Light and Matter* (2006). 48

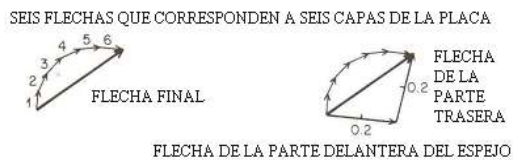
explica que los fotones ‘reflejados’ (absorbidos y emitidos) en los extremos del espejo tienen la misma probabilidad de llegar al detector que los ‘reflejados’ en el centro. Se trata de la interacción de fotones y electrones en el átomo, según el modelo de Bohr, que analizamos en la sección 9.1.

Ahora el evento tiene cuatro pasos:

- 1) el fotón es emitido por la fuente
- 2) el fotón viaja hacia el vidrio
- 3) el fotón es absorbido por un electrón y otro fotón es emitido por el mismo electrón
- 4) el segundo fotón viaja del electrón al detector

El tiempo total que dura el viaje FED (fuente-electrón-detector) y el tipo de material reflejante determinará el ángulo de la flecha. Obviamente el viaje dura más si el fotón llega a un electrón en una capa más profunda del vidrio. Si nos imaginamos 6 capas en el vidrio, habrá 6 ángulos (‘posiciones’ del fotón al llegar al detector) por concepto de duración del viaje. Además, en el paso 3 el ángulo cambia, dependiente del material reflector, por ejemplo, en el caso del vidrio se añaden 90^0 .²³⁵ Por la duración variable del viaje del fotón, según la posición variable del electrón que absorbe y emite un fotón en el vidrio, la amplitud del evento es variable.²³⁶ Ahora bien, multiplicando las magnitudes de las amplitudes de los cuatro pasos, y sumando sus ángulos, llegamos a la amplitud de probabilidad total del evento de reflexión para cada una de estas seis capas imaginarias de la placa de vidrio. Según el grosor de la placa de vidrio, estas flechas se refuerzan o se anulan. En el caso de una placa con un grosor de seis capas, la amplitud de probabilidad del evento es $\lambda = \sqrt{0.08} \Rightarrow P = 8\%$, que se analizó en la primera versión simplificada del evento. Antes, en la primera versión simplificada del evento, se ‘redujeron’ las seis flechas correspondientes a las seis capas de la placa de vidrio, a solamente dos, a saber, una flecha correspondiente a la reflexión por la parte delantera de la capa de vidrio, y una correspondiente a la reflexión por la parte trasera.

GRÁFICA. AMPLITUD TOTAL DE LA REFLEXIÓN DE LA LUZ POR UN VIDRIO CON UN GROSOR DE SEIS CAPAS ²³⁷



Si las flechas pasan por una placa de vidrio de 10 capas, formarán un semi-círculo y la flecha resultante adquiere su magnitud máxima. Pero, si seguimos aumentando el grosor del vidrio, llega el

²³⁵ Richard Feynman, *QED. The Strange Theory of Light and Matter* (2006): 105

²³⁶ Feynman propone un desarrollo diferente de estos cuatro pasos (2006):101-109, dando una amplitud diferente al primer paso, al establecer que *el fotón obtiene su ángulo variable al salir de la fuente*. En lo personal, me gusta más la imagen de las flechas que giran y que *llegan con ángulos diferentes al detector, según el tipo de material reflejante que se usa y según la duración del viaje*, que a su vez depende, entre otras cosas, y de la profundidad variable de los electrones absorbentes y emitentes en el vidrio, a saber, del grosor del vidrio (el ‘número de capas’).

²³⁷ Adaptada de: Richard Feynman, *QED. The Strange Theory of Light and Matter* (2006): 104

momento, que las flechas forman un círculo completo —por ejemplo 20 capas— y la flecha resultante o amplitud final de este evento será cero.

SECCIÓN 11. ELECTRONES Y FOTONES EN EL EXPERIMENTO DE LAS DOS RENDIJAS

Sección 11.1. El cambio de fase de la amplitud

Esta sección es de matemáticas simples y el lector que no desea leerlo puede pasar a la sección 11.2, sin que pierda el hilo de la lectura.

CUADRO MATEMÁTICO 11.1 UNA APROXIMACIÓN MATEMÁTICA DEL 'CAMBIO DE FASE'

En el apartado 10.2 nos hemos topado frecuentemente con el 'cambio de fase' en la trayectoria de una partícula. En este apartado analizaremos este cambio de fase en una aproximación matemática (evitando los integrales que asustan a algunos lectores). El *cambio de fase*, de la posición x_1, t_1 en el espacio y el tiempo a la posición x_2, t_2 , se calcula con base en la siguiente función:²³⁸

$$(1) \frac{(t_2 - t_1)}{\hbar} L$$

en donde L es la energía total representada por la así llamada *Lagrangiana*. La energía total es la suma de la energía cinética K y la energía potencial U :

$$(2) L = K - U = \frac{1}{2} m \frac{(x_2 - x_1)^2}{(t_2 - t_1)^2} - U\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{t_1 + t_2}{2}\right)$$

Si la energía potencial U de la partícula es cero, porque la partícula no se mueve en un campo gravitacional, ni electromagnético, queda solamente la energía cinética y la Lagrangiana es:

$$(3) L = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \frac{(x_2 - x_1)^2}{(t_2 - t_1)^2} \quad (\text{unidades: Joules})$$

Sustituyendo (3) en (1), obtenemos el cambio de fase entre (x_1, t_1) y (x_2, t_2) :

$$(4) \frac{(t_2 - t_1)}{\hbar} L = \frac{m}{2\hbar} \frac{(x_2 - x_1)^2}{(t_2 - t_1)} \quad (\text{un escalar sin dimensión})$$

Si la partícula parte de la posición $(x_1 = 0, t_1 = 0)$ y viaja una distancia considerable $x_2 - x_1 = X$ en el tiempo $t_2 - t_1 = T$, con baja velocidad (no relativista), su velocidad es

$$(5) v = \frac{X}{T}$$

y el cambio de fase, según (4), es:

$$(6) \frac{m X^2}{2\hbar T}$$

²³⁸ Jonathan Allday, *Quarks, Leptons and the Big Bang* (2002): 59-70

Si la partícula viaja una distancia adicional diferencial, de $(x_1 = 0, t_1 = 0)$ hasta $(X + x, T + t)$, el cambio de fase de la amplitud es:

$$(7) \frac{m(X+x)^2}{2\hbar(T+t)^2} = \frac{m(X^2 + 2Xx + x^2)}{2\hbar(T+t)} \cong \frac{m(X^2 + 2Xx)}{2\hbar(T+t)},$$

ignorando el factor x^2 por ser insignificante.

Dado que para un t muy pequeño, comparado con T , es cierto que $(t/T)^2 \approx 0$, se sigue que:

$$(8) \frac{1}{T+t} = \frac{1}{T(1+t/T)} \cong \frac{1-(t/T)^2}{T(1+t/T)} = \frac{(1-t/T)(1+t/T)}{T(1+t/T)} = \frac{1-t/T}{T}$$

Sustituyendo (8) en (7), obtenemos:

$$(9) \frac{m(X^2 + 2Xx)}{2\hbar T(1+t/T)} \cong \frac{(X^2 + 2Xx)(m - \frac{mt}{T})}{2\hbar T} = \frac{m(X^2 + 2Xx)}{2\hbar T} - \frac{mt(X^2 + 2Xx)}{2\hbar T^2}$$

Ahora bien, recordemos que el cambio de fase de la posición $(x_1 = 0, t_1 = 0)$ a $(x_2 - x_1 = X, t_2 - t_1 = T)$ era:

$$(6) \frac{mX^2}{2\hbar T}$$

Por lo tanto, el *cambio de fase* de (X, T) a $(X + x, T + t)$ es el cambio de fase total expresado en la ecuación (9) menos el cambio de fase expresado en la (6):

$$(10) \left[\frac{m(X^2 + 2Xx)}{2\hbar T} - \frac{mt(X^2 + 2Xx)}{2\hbar T^2} \right] - \frac{mX^2}{2\hbar T} = \frac{mX^2}{2\hbar T} + \frac{2mXx}{2\hbar T} - \frac{mtX^2}{2\hbar T^2} - \frac{2mtXx}{2\hbar T^2} - \frac{mX^2}{2\hbar T} =$$

$$\frac{mXx}{\hbar T} - \frac{mtX^2}{2\hbar T^2} - \frac{mtXx}{\hbar T^2} = \frac{mX}{\hbar T} \left[x - \frac{Xt}{2T} - \frac{xt}{T} \right]$$

Tomando en cuenta que xt es muy pequeño, de modo que $\frac{xt}{T} \approx 0$, obtenemos el *cambio de fase* de X, T a $X + x, T + t$, a saber:

$$(11) \frac{X}{T} \frac{m}{\hbar} x - \frac{X^2}{T^2} \frac{m}{2\hbar} t$$

Recordemos la (5) y sustituimos (5) en la (11), para obtener la (12):

$$(5) v = \frac{X}{T}$$

$$(12) \frac{mv}{\hbar} x - \frac{1}{2} \frac{mv^2}{\hbar} t$$

Por lo tanto, dado que $\hbar = \frac{h}{2\pi}$, el cambio de fase de X, T a $X + x, T + t$ es:

$$(13) \frac{2\pi mv}{h}x - \frac{\pi mv^2}{h}t$$

Ahora bien, la partícula tiene un cambio de fase completo, en el período 2π , de x_1, t_1 a x_2, t_2 , lo que implica que la fase en x_2, t_2 es exactamente igual a la de x_1, t_1 :

$$(14) \left\{ \frac{2\pi mv}{h}x_2 - \frac{2\pi mv}{h}x_1 \right\} - \left\{ \frac{\pi mv^2}{h}t_2 - \frac{\pi mv^2}{h}t_1 \right\} = 0$$

Tomando en cuenta que el período es 2π y que $K = \frac{1}{2}mv^2$ se sigue que:

$$(15) \frac{\pi mv^2}{h}t_2 - \frac{\pi mv^2}{h}t_1 = 2\pi \Rightarrow t_2 - t_1 = \Delta t = \frac{h}{\frac{1}{2}mv^2}$$

Dado que en la ecuación (14) los dos factores entre corchetes {...} son equivalentes, se sigue también que:²³⁹

$$(16) \frac{2\pi mv}{h}x_2 - \frac{2\pi mv}{h}x_1 = 2\pi \Rightarrow x_2 - x_1 = \Delta x = \frac{h}{mv} \Rightarrow \Delta x = \lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{p} = \frac{2\pi \hbar}{p}$$

El factor $\lambda = \frac{h}{mv}$, de De Broglie, representa la “longitud de onda” de la amplitud de probabilidad y el factor $\Delta t = h / (\frac{1}{2}mv^2)$ representa el período de la amplitud de probabilidad.

Aunque un fotón no tiene masa, sí tiene *momentum*, como veremos a continuación. En partículas con alta velocidad, el *momentum* relativista es:

$$(17) p = mv\gamma = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

La ecuación (17) nos dice que las partículas que no tienen masa, *deben* viajar con la velocidad de la luz, y viceversa, una partícula que viaja con la velocidad de la luz, solamente lo puede hacer si tiene una masa cero, porque en tal caso,

$$(18) p = \frac{0 \cdot c}{\sqrt{1-c^2/c^2}} \rightarrow \frac{0}{0}$$

Una cantidad no definida por las matemáticas, pero no imposible tampoco, si se calcula el límite correspondiente.

²³⁹ Roger Penrose, *El camino a la realidad* (2006): 677

Podemos calcular el momento de tales partículas de otra manera. Dado que según la (17) $p = mv\gamma$, se sigue que en el caso de $v = c$, el *momentum* es $mc\gamma$. Dado que la energía de la partícula con alta velocidad, según Einstein, es:

$$(19) E = \gamma mc^2$$

se sigue, de (17) y (19), que el *momentum* del fotón, en términos de energía, es:

$$(20) p = \frac{E}{c}$$

Ahora bien, de acuerdo a la teoría de Planck, la energía del fotón se deduce de (19) y la variante relativista de (16), a saber, la (21):

$$(21) \lambda = \frac{h}{\gamma mc}$$

de modo que la energía del fotón y la longitud de onda equivale respectivamente a:

$$(22) E_{\text{fotón}} = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E_{\text{fotón}}}$$

Dado que, según De Broglie, $v_p \lambda_p = v_p$ (para una partícula no-relativista con baja velocidad) se sigue que, para el fotón, $v * \lambda = c$. Esto nos lleva a la ecuación de la frecuencia según De Broglie:

$$(23) \frac{c}{v} = \frac{hc}{E} \Rightarrow v = \frac{Ec}{hc} = \frac{E}{c}$$

De (20) y (22) se sigue que:

$$(24) p = \frac{h}{\lambda},$$

lo que representa el *momentum* relativista de un fotón, y de cualquier partícula sin masa que viaja con la velocidad de la luz, como por ejemplo, un gluón, o un neutrino.

Una manera de salvar la ecuación newtoniana del *momentum* ($p = mv$), es aceptar el hecho relativista que la masa de una partícula, desde el punto de vista del observador, incrementa con la velocidad, es decir:

$$(25) p = Mv = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \Rightarrow M = \frac{m}{\sqrt{1 - v^2/c^2}},$$

en donde m es la masa de reposo (la newtoniana) y M la masa que incrementa con la velocidad, la cual se acerca a infinita cuando la velocidad se acerca a la de la luz (menos el caso, desde luego, cuando $m = 0$).

Sección 11.2. El experimento de las dos rendijas

Antes de analizar el famoso experimento de las dos rendijas, el cual, según Feynman, contiene “*todo el misterio de la mecánica cuántica,*” y nos alerta sobre “*las paradojas y misterios y peculiaridades de la Naturaleza al cien por ciento,*”²⁴⁰ debemos primero familiarizarnos con los conceptos de momento (inglés: *momentum*) y dispersión (inglés: *scatter*). El momento, en la teoría newtoniana es el producto de masa y velocidad de la partícula, es decir, $\bar{p} = m\bar{v}$. En el caso de experimentos con partículas con alta velocidad, esta definición resulta falsa y hemos de introducir la transformación de Lorentz,²⁴¹ como acabo de explicar. Cuando fotones (o electrones) pasan por una rendija o hendidura muy estrecha (Δq_x), llegan de manera dispersa (= por la dispersión del momento Δp_x) en una placa fotográfica. Werner Heisenberg (1901-1976), físico alemán y Premio Nóbel de 1932, estableció la relación de ‘indeterminación’ entre *la variación del momento* Δp_x y *la variación de la posición* Δq_x , relacionándola con la constante de Planck h (véase el siguiente cuadro matemático).

CUADRO MATEMÁTICO 11.2 EL PRINCIPIO DE INCERTIDUMBRE DE HEISENBERG

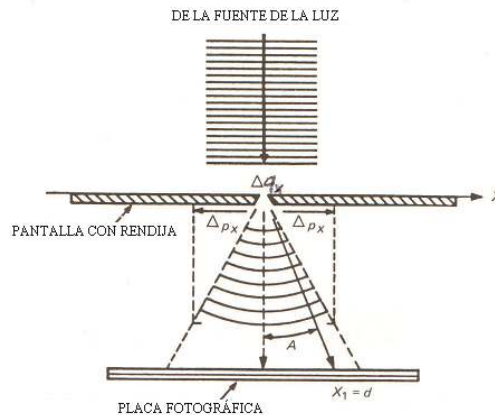
La relación de ‘indeterminación’ entre *la variación del momento* Δp_x y *la variación de la posición* Δq_x , según Heisenberg, es:

$$(26) \Delta p_x \times \Delta q_x \geq \frac{h}{2\pi} \Rightarrow \Delta p_x \geq \frac{h}{2\pi \Delta q_x}$$

Asimismo, el producto de la variación de la energía ΔE y de la cantidad de tiempo Δt es mayor que la constante de Planck:

$$(27) \Delta E \times \Delta t \geq h/2\pi$$

GRÁFICA. EL EXPERIMENTO DE UNA SOLA RENDIJA: LOS CONCEPTOS DE *MOMENTUM* Y *SCATTER* ²⁴²



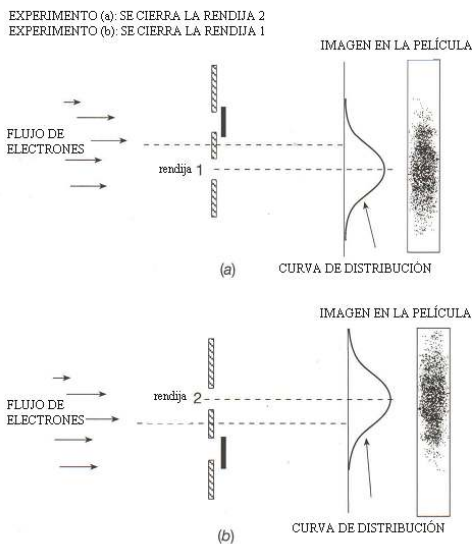
²⁴⁰ Richard Feynman, *The Character of Physical Law* (1967): 130

²⁴¹ $p = mv / \sqrt{1 - v^2/c^2}$

²⁴² Adaptada de: Karl Popper, *Quantum Theory and the Schism in Physics* (1982):145

Mientras menor la rendija, mayor la dispersión de los fotones (o de los electrones). Esta fórmula es válida, pero, contrario a lo que el término ‘indeterminación’ sugiere, *NO señala ningún límite a la precisión de nuestras mediciones simultáneas de momento y posición*, más bien indica los límites de la dispersión (*scatter*) en los resultados de secuencias de este experimento de una sola rendija (con un solo fotón o electrón o con conjuntos de fotones o electrones), razón por la cual pone límites a la precisión de la predicción de la posición final exacta *de un solo fotón o un solo electrón* antes de que pase por la hendidura, pero no a la precisión de la predicción de la función probabilística. Cada posible posición final del fotón en la placa fotográfica tiene una probabilidad exacta. Para medir esta dispersión o *scatter*, se han de llevar a cabo mediciones precisas de la posición y del momento. Al medir con precisión dos posiciones de la partícula (primera: la rendija; segunda: donde se topa con la placa fotográfica o el detector electrónico), *determinamos, post factum, con exactitud la posición y el momento* (en inglés: *momentum*) de esta partícula en particular. Es más, estas mediciones precisas de posición q y momento p son necesarias para poner a prueba la predicción probabilística de la dispersión.

Esta misma dispersión se puede observar en el caso de electrones que pasan por una sola rendija, como se puede apreciar en la siguiente gráfica.



GRÁFICA. EL EXPERIMENTO DE ELECTRONES QUE PASAN POR UNA SOLA RENDIJA Y SU DISTRIBUCIÓN SEGÚN SU LUGAR DE ATERRIZAJE EN LA PELÍCULA ²⁴³

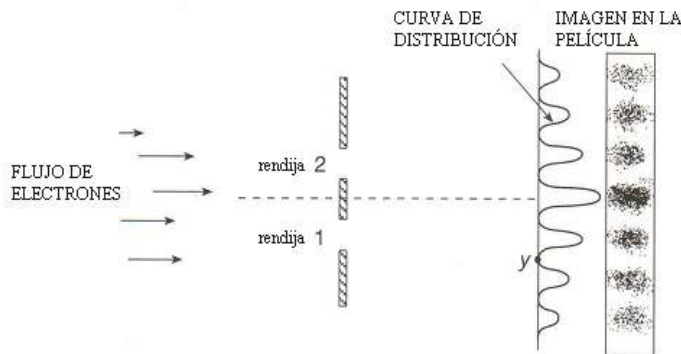
Procedemos ahora con el análisis del experimento de las dos rendijas. Este experimento existe en varias formas. Analizaremos la versión de una fuente de electrones, que pasan por una rendija estrecha, lo que provoca la dispersión de los electrones, los cuales pasan, acto seguido, por dos rendijas muy estrechas de otra placa (tungsteno), a muy corta distancia una de la otra, para luego aterrizar en una pantalla que funciona como detector de electrones, con una curva de distribución semejante a la que se puede apreciar en la siguiente imagen. Se observa que los electrones llegan o golpean de tal manera

²⁴³ Adaptada de: Jonathan Allday, *Quarks, Leptons and the Big Bang* (2002): 47

en la pantalla, como si fueran olas de agua que interfieren. Esta interferencia puede ser ‘constructiva’ (incremento de la probabilidad del evento=‘ola alta’) o ‘destruktiva’ (cero probabilidad o ‘cero ola’).

Las amplitudes asociadas a las posibles rutas del electrón, se pueden calcular matemáticamente en un modo *análogo* al cálculo de la interferencia física de la energía de olas de agua. Pero, la curva que vemos en la imagen del experimento de dos rendijas no representa un rasgo físico del electrón. El electrón es una partícula, que pasa por una rendija u otra, pero nunca por las dos rendijas simultáneamente, ni pasa parcialmente por una y parcialmente por otra. A diferencia de la interferencia de olas de agua, aquí *NO se trata de una interferencia de unos electrones que pasan por una rendija con otros electrones que pasan por la otra rendija.*

GRÁFICA. EL EXPERIMENTO DE LOS ELECTRONES QUE PASAN POR DOS RENDIJAS Y SU DISTRIBUCIÓN SEGÚN SU LUGAR DE ATERRIZAJE EN LA PELÍCULA ²⁴⁴



La prueba de que *NO se trata de la interferencia física de unos electrones con otros*, consiste en el siguiente experimento. Si disminuimos el flujo de electrones de la fuente, hasta un electrón por minuto, y repetimos el experimento cada minuto, durante un mes, y luego superponemos los resultados, obtenemos la misma distribución que se obtiene al enviar un flujo copioso de electrones simultáneamente por las dos rendijas.²⁴⁵ Como dice Penrose, mandamos las partículas “*de una en una*” y éstas producen puntos en la pantalla “*de uno en uno.*”²⁴⁶ Por lo tanto, *la curva no representa una interferencia física de electrones, como sería en el caso de las energías de olas de agua, sino que representa una distribución de probabilidades de aterrizaje del electrón en determinado lugar de la pantalla registradora.*

La distribución probabilística arriba mostrada desaparece, en el momento que permitamos que los electrones interfieran con fotones. Cuando dejamos caer luz entre la pared de tungsteno con las dos rendijas y la pantalla registradora, aunque dejamos abiertas las dos rendijas, la imagen del experimento de las dos rendijas se esfuma y aparecen dos curvas normales parcialmente superpuestas,

²⁴⁴ Adaptada de: Jonathan Allday, *Quarks, Leptons and the Big Bang* (2002): 48

²⁴⁵ Karl Popper, *Quantum Theory and the Schism in Physics* (1982): 152; Jonathan Allday, *Quarks, Leptons and the Big Bang. Second edition* (2002):76

²⁴⁶ Roger Penrose, *El Camino a la Realidad* (2007): 681

como la curva normal en forma de campana del experimento de una sola rendija. Si disminuimos la intensidad de esta luz, sucede que algunos electrones interfieren con fotones y otros no. En este caso aparece una mezcla de las dos distribuciones, la campana y la ola: “La curva que aparece realmente es una mezcla de las dos curvas.”²⁴⁷

Así como desaparece la distribución en forma de ola, cuando permitimos que fotones interfieran con electrones, así desaparece esta distribución de franjas en el experimento de las dos rendijas con fotones, cuando permitimos que foto-amplificadores interfieran con los fotones, en el mismo lugar de las rendijas. El hecho de que la luz interfiera con los electrones y el foto-amplificador con el fotón, significa, como no se cansan de insistir Feynman y Popper, que estamos cambiando el diseño del experimento, razón por la cual la distribución probabilística en forma de franjas desaparece, y aparece otra distribución probabilística, a saber, la de la campana o curva normal. Este hecho ha generado mucha confusión en algunos físicos cuánticos, empezando con Bohr y Heisenberg, y terminando con académicos y comunicólogos que hoy, en universidades, libros y películas, difunden esta confusión. Estoy hablando de la afirmación errónea de que nuestros actos subjetivos de observación interfieran con las leyes objetivas de la física. Sobre este y otros aspectos de ‘la gran confusión cuántica’ hablaré más adelante.²⁴⁸

Si hacemos el mismo experimento de las dos rendijas con un flujo de fotones, las cosas no cambian sustancialmente, aunque el fotón no tiene masa. Como comenta Feynman, en este experimento, “los electrones se comportan exactamente de la misma manera que los fotones.”²⁴⁹ La semejanza se aprecia sobre todo, si usamos un rayo láser, concentrando los fotones en una sola dirección, hacia las dos rendijas. Si disminuimos la intensidad del rayo láser, se pueden detectar los puntos en el detector electrónico donde caen los fotones individualmente, pero concentrados en bandas, como en el caso de los electrones. La fuerza del clic que cada fotón genera por medio del foto-amplificador, no disminuye, y cuando disminuimos la intensidad del rayo de luz, únicamente disminuye el número de clics. Esto comprueba, según Feynman, que el fotón es una partícula, a saber, un paquete puntual de energía: “electrones y fotones, vienen en trozos (lumps)”, como balas.²⁵⁰ Comenta Penrose:

“En la actualidad (siguiendo las ideas de Einstein, Bose y otros) entendemos que [estas] “oscilaciones del campo electromagnético” [son] “partículas” reales —los quanta del electromagnetismo de Maxwell que llamamos fotones—, aunque se necesitaron muchos años para que las ideas que originalmente defendía Einstein en solitario fueran aceptadas.”²⁵¹

Todo esto nos lleva a la conclusión de que la geometría determina el resultado físico. Para entender este punto tan importante, es conveniente observar brevemente un tercer experimento, a saber, el de Aharonov-Bohm. La siguiente imagen presenta el diseño del este experimento de Aharonov-Bohm.

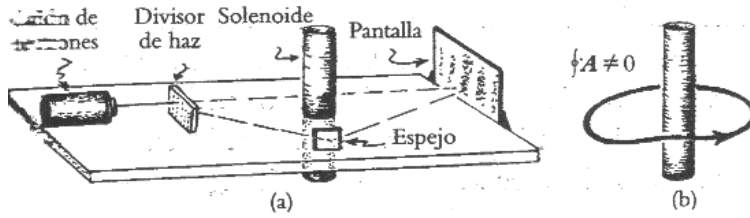
²⁴⁷ Richard Feynman, *The Character of Physical Law* (1967):142

²⁴⁸ Véase la Sección 23, titulada, “La gran confusión cuántica”.

²⁴⁹ Richard Feynman, *The Character of Physical Law* (1967):128

²⁵⁰ Richard Feynman, *The Character of Physical Law* (1967):137

²⁵¹ Roger Penrose, *El Camino a la Realidad* (2007): 680

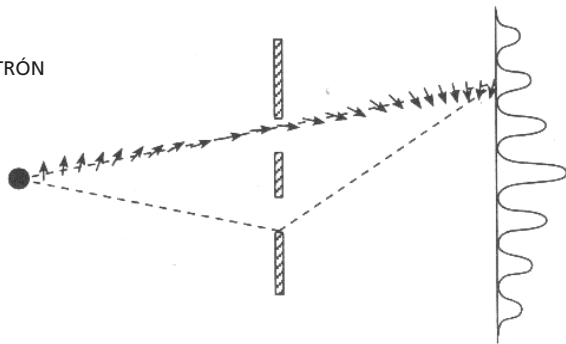
EL EXPERIMENTO DE AHARONOV-BOHM ²⁵²

Lo que a mí me interesa, al comentar aquí el experimento de Aharonov-Bohm, no es tanto el desplazamiento de las franjas sino el hecho mismo de la aparición de las franjas, a partir del hecho de que existen para un electrón dos posibles rutas para llegar al mismo punto en la pantalla. De hecho, Feynman trata el experimento de Aharonov-Bohm como una extensión del experimento de las dos rendijas.²⁵³ Al igual que en el experimento de las dos rendijas, arriba analizado, en el experimento de Aharonov-Bohm el efecto de las franjas se genera por la manera cómo suman las amplitudes de probabilidad de aterrizaje de diferentes rutas hacia el mismo punto. La geometría determina el resultado físico. Penrose señala que en el nivel de los fenómenos cuánticos existe una ‘dependencia del camino.’²⁵⁴

Sección 11.3. Conclusión

En un viaje de un fotón o electrón, de un lugar a otro, cambia su fase. Es como si la flechita diera vueltas sobre si misma. En el experimento de las dos rendijas, consta que en una franja posible terminan dos rutas del electrón, las cuales, por ser de diferente longitud, son de diferente duración y por ser de diferente duración, la fase final de la amplitud de probabilidad de aterrizaje de una ruta es diferente de la fase de la otra ruta más larga o más corta. Estas diferentes fases pueden reforzarse (si ‘las flechas’ apuntan más o menos en la misma dirección), o pueden neutralizarse, si apunta en dirección contraria, con un ángulo de 180° . Esto es lo que Allday quiso decir con un dibujo en la primera edición de su libro *Quarks, Leptons and the Big Bang*:

IMAGEN. EL CAMBIO DE FASE DE UN ELECTRÓN
SEGÚN LA DURACIÓN DEL VIAJE POR UNA
U OTRA RENDIJA ²⁵⁵



²⁵² Adaptada de: Roger Penrose, *El Camino a la Realidad* (2007): 617

²⁵³ Richard Feynman, *The Feynman Lectures on Physics, Volume II* (1966): 15.8 a 15.14

²⁵⁴ Roger Penrose, *El Camino a la Realidad* (2007): 616

²⁵⁵ Fuente: Jonathan Allday, *Quarks, Leptons and the Big Bang. Primera Edición* (1998):61

CUADRO MATEMÁTICO 11.4 CÁLCULO DEL 'CAMBIO DE FASE' DE UN ELECTRÓN NO-RELATIVISTA

Hemos de analizar un poco más este 'cambio de fase'. Veamos más de cerca la ecuación del cambio de fase de un electrón con baja velocidad (no relativista) que vimos en el apartado 11.1, cuya energía es casi exclusivamente cinética. *El cambio de fase* entre (x_1, t_1) y (x_2, t_2) es:

$$(28) \frac{(t_2 - t_1)}{\hbar} L = \frac{(t_2 - t_1) m v^2}{1 \cdot 2\hbar} (\text{unidades: } \frac{sJ}{Js}) = \frac{m (x_2 - x_1)^2}{2\hbar (t_2 - t_1)} \text{ (sin dimensión)}$$

En donde la 'longitud de onda' de la amplitud es $\lambda = \Delta x = x_2 - x_1$. En esta ecuación, la masa, la velocidad y la constante de Planck son constantes, de modo que las diferencias en los ángulos finales se deben a la variación del factor $(t_2 - t_1)$. Calculemos esta constante en el caso del electrón con una velocidad de 40 kilómetros por segundo:

$$m_e = 9.11 * 10^{-31} \text{ kg}$$

$$v_e = 4 * 10^4 \text{ m/s}$$

$$\hbar = 6.6260755 * 10^{-34} \text{ Js}$$

$$\hbar = h/2\pi = 1.0546 * 10^{-34} \text{ Js}$$

Cambios de fase del electrón:

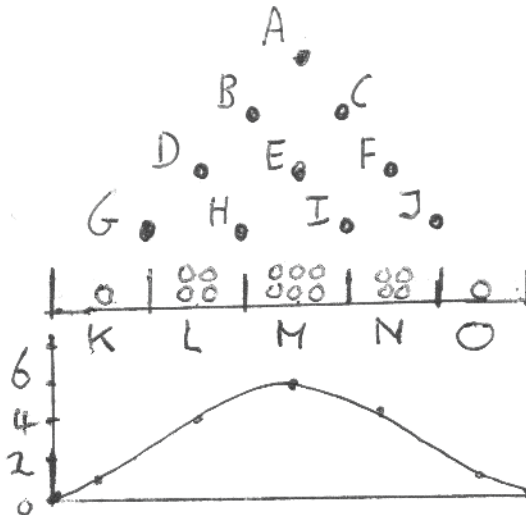
$$(29) (t_2 - t_1) \frac{9.11 * 10^{-31} * 16 * 10^8}{2 * 1.0546 * 10^{-34}} = (t_2 - t_1) * 6.910677 * 10^{12}$$

Lo importante es que, en esta ecuación observamos que, dada una velocidad no-relativista (baja) del electrón, *el cambio de fase depende de una constante y el tiempo variable de la ruta del electrón*. Obviamente, si una ruta es un poco más larga que la otra, el tiempo del viaje es un poco mayor. Por ejemplo, el electrón no tardaría $2.5 * 10^{-5}$ segundos para recorrer la distancia de un metro entre la fuente y la pantalla registradora, sino, por ejemplo, $2.5025 * 10^{-5}$ segundos, para recorrer una ruta de un milímetro más. Esto resultaría en una fase final o ángulo final —en el aterrizaje— diferente. La diferencia de fases de las dos rutas determina la probabilidad de aterrizaje: si los ángulos difieren 180° , la magnitud de la suma de las amplitudes de las diferentes rutas es cero; si los ángulos difieren 360° , la magnitud de la suma de las amplitudes de las diferentes rutas tiene su valor máximo. Por esta diferencia variable de fases de diferentes rutas, en el aterrizaje en el mismo punto de la pantalla, se generan las franjas.

Hace falta analizar un poco más la forma misma de las franjas. No pocas personas que comentan este fenómeno, destacan el hecho de que esta forma es muy diferente de la forma que se esperaría de dos curvas normales superpuestas. Yo no estoy tan seguro de esto. Me parece que la forma de las franjas no es otra cosa sino la forma aproximada de una campana de *curva normal fraccionada*. Me explico con el ejemplo del juego de las pelotitas que caen sobre clavos, *con tal diseño experimental, que si una pelotita cae primero en A, luego tiene una probabilidad de $p = \frac{1}{2}$ para caer en B, una probabili-*

dad de $p = \frac{1}{2}$ para caer en C, y una probabilidad de $p = 0$ para caer entre B y C. Al final las pelotitas son recibidas en los recipientes K, L, M, N o O, abajo del último renglón de clavos. Dejamos caer las pelotitas una a una. Obviamente, una pelotita no 'sabe' lo que otra hará, pero el resultado final será la sumatoria de las diferentes rutas para caer en el mismo recipiente. Por ejemplo, la probabilidad de la ruta ABDGK es $p = \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} * \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$; la probabilidad de caer en L, es la suma de las probabilidades de las rutas ABDGL+ABDHL+ABEHL+ACEHL, es decir $p = 4 * \frac{1}{16} = \frac{1}{4}$. Dejo al lector que verifique la probabilidad de aterrizar en el recipiente M. Cada pelotita representa un número n de pelotitas. El resultado final es una distribución probabilística con forma de curva normal (la hipótesis), que luego resulta corroborada por los resultados empíricos, es decir, el total de pelotitas ($N = 16 * n$) que caen en los respectivos recipientes K, L, M, N y O, a saber: $K = O = n$; $L = N = 4n$; y $M = 6n$.

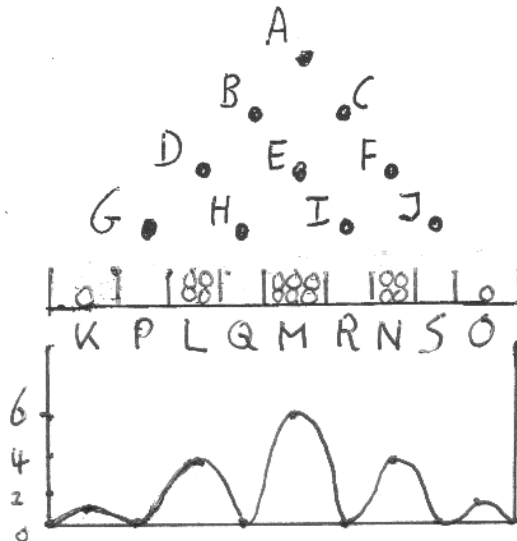
IMAGEN. EL EXPERIMENTO DEL JUEGO CON EL PINBOARD



Muy diferente se vería la misma curva, si pusiéramos nueve, en lugar de cinco recipientes. ¡Aparece la curva en forma de franjas! ¡Todo depende del diseño del experimento! En realidad, estas franjas no son más que una curva normal fraccionada, porque la probabilidad de que las pelotitas caigan en los pequeños recipientes P, Q, R y S, que se encuentran exactamente debajo del último renglón de clavos G, H, I y J, es cero. Este patrón probabilística aparece, aunque dejamos caer las pelotitas una por una, así como aparecen las franjas en la pantalla si dejamos salir los electrones uno a uno. En el caso del *pinboard*, los obstáculos que impiden que una pelotita caiga en los recipientes P, Q, R o S, es el hecho de que una pelotita que caiga sobre un clavo siempre se desvía de tal manera que caiga en uno de los dos clavos abajo del clavo en cuestión. Es algo análogo al hecho que un electrón solamente puede pasar por una rendija u otra. En el caso de los electrones, las dos rutas con una diferencia de fase de 180^0 producen una probabilidad cero para caer entre una franja de puntos de aterrizaje y otra. En el caso de las pelotitas, la probabilidad cero de caer en P, Q, R o S es generada por el hecho de

que las rutas AB y AC, BD y BE, CE y CF, DG y DH, EH y EI, FI y FJ, GK y GL, HL y HM, IM y IN, y JN y JO, tienen una probabilidad de exactamente $p = 1/2$, lo que deja una probabilidad de $p = 0$ para que una pelotita caiga entre dos clavos del siguiente renglón y al final en una de los recipientes P, Q, R o S.

IMAGEN. EL EXPERIMENTO DEL JUEGO CON EL PINBOARD



Podemos suponer que exista algo físico que explique la conducta de un solo electrón que pueda pasar por una de dos rendijas, generando finalmente la conocida distribución probabilística —así como existe algo físico en el pinboard que genera el efecto de que las rutas de las pelotitas están definidas como acabamos de ver—, pero, en el caso de los electrones, “nadie, hasta ahora, ha logrado dar una explicación satisfactoria”, de modo que, al hablar de ‘amplitudes de probabilidad’ de aterrizaje, “no sabemos qué significa esto.”²⁵⁶ Sin duda, el físico que resuelva este misterio, recibirá el Premio Nóbel de física.

Comparando los dos experimentos del pinboard y de las rendijas, consta la siguiente analogía:

1. La probabilidad final para que una pelotita o un electrón caiga en determinado punto de aterrizaje (recipiente o área de la pantalla) es la sumatoria de las probabilidades de todas las rutas que conduzcan a este punto.
2. No existe interferencia de fotones con fotones, o electrones con electrones, o pelotitas con pelotitas, que pueda explicar el patrón de las franjas.
3. Los experimentos producen el mismo resultado si enviamos a las partículas o pelotitas uno por uno.
4. El patrón de franjas es una curva normal fraccionada.

²⁵⁶ Richard Feynman, *The Character of Physical Law* (1967): 137-138

A partir de la mitología generada por la escuela de Copenhague,²⁵⁷ se ha arraigado en la mente de los académicos y del público en general la falacia de que el patrón de franjas en ciertos experimentos se debe a la interferencia de unas partículas con otras, análogamente a la interferencia de olas de agua que se refuerzan o neutralizan. De esta confusión nació otra, a saber, la de concebir a electrones y fotones como partículas en unos experimentos y ondas, en otros experimentos. En realidad, *siempre* se trata de *partículas* a cuyas variadas *conductas en diferentes experimentos siempre* están *asociadas diferentes distribuciones de probabilidad*. En la Sección 23 analizaré las implicaciones metafísicas de la gran confusión cuántica, la cual ha contribuido decisivamente a las teorías de las (súper)cuerdas y el multiverso, que pertenecen a la ciencia ficción. Sobre todo en los escritos de Susskind y Kaku, se da el paso de la gran confusión cuántica a la ciencia ficción del multiverso, como veremos en las Secciones 18 y 23.

²⁵⁷ Véase la Sección 23